



UNIVERSIDAD DE ORIENTE  
NÚCLEO DE SUCRE  
ESCUELA DE CIENCIAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

**CURVAS DE PELIGROSIDAD ASOCIADAS AL RIESGO SÍSMICO EN  
CUMANÁ, ESTADO SUCRE**  
(Modalidad: Tesis de Grado)

ANDRÉS ANTONIO VELÁSQUEZ GUTIÉRREZ

TRABAJO DE GRADO PRESENTADO COMO  
REQUISITO PARCIAL PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
LICENCIADO EN MATEMÁTICA

CUMANÁ, 2019

**CURVAS DE PELIGROSIDAD ASOCIADAS AL RIESGO SÍSMICO EN  
CUMANÁ, ESTADO SUCRE**

APROBADO POR:

---

Dra. Milagros Rodríguez  
Tutora

---

Jurado Principal

---

Jurado Principal

## ÍNDICE

<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	i
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	iii
<b>DEDICATORIA</b> .....	v
<b>AGRADECIMIENTO</b> .....	vi
<b>RESUMEN</b> .....	vii
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	8
<b>CAPÍTULO I. PRELIMINARES DE LA INVESTIGACIÓN</b> .....	13
<b>ESTADÍSTICA DE VALORES EXTREMOS</b> .....	13
Distribución de valores extremos .....	15
Excedencia de umbrales .....	18
Índice de cola .....	20
Selección del umbral .....	21
<b>PROCESOS DE POISSON</b> .....	23
Distribución de Poisson .....	24
Tiempos de llegada .....	29
Tiempo de próxima ocurrencia .....	34
Combinación de procesos de Poisson. ....	37
<b>CAPÍTULO II. LEYES DE RECURRENCIA Y EL MÉTODO DE MINÍMOS CUADRADOS</b> .....	39
<b>MODELO DE GUTENBERG – RICHTER</b> .....	39
Modelo GR truncado .....	42
Modelo GR modificado .....	44
Probabilidad de excedencia .....	46

<b>MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS .....</b>	<b>48</b>
Estimación de parámetros .....	49
Coeficiente de correlación .....	51
Dispersión de los valores de a y b.....	52
<b>CAPÍTULO III. CONSTRUCCIÓN DE LAS CURVAS DE PELIGROSIDAD.....</b>	<b>54</b>
<b>MARCO TECTÓNICO.....</b>	<b>54</b>
<b>CATÁLOGO SÍSMICO .....</b>	<b>56</b>
<b>DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE LA SISMICIDAD .....</b>	<b>57</b>
Sismicidad histórica .....	57
Sismicidad entre 0 y 30 Kms de profundidad.....	57
Sismicidad entre 30 y 70 Kms de profundidad.....	60
Sismicidad entre 70 – 150 Kms de profundidad.....	63
Sismicidad entre 150 - 300 Kms de profundidad.....	66
<b>ANÁLISIS DE REGRESIÓN.....</b>	<b>68</b>
Zona sismogénica I.....	70
Zona sismogénica II.....	70
Zona sismogénica III.....	71
Zona sismogénica IV.....	71
Zona sismogénica V.....	72
Zona sismogénica VI.....	72
Zona sismogénica VII.....	73
<b>CURVAS DE PELIGROSIDAD .....</b>	<b>75</b>
Zona sismogénica I.....	75
Zona sismogénica II.....	77
Zona sismogénica III.....	79

Zona sismogénica IV.....	80
Zona sismogénica V.....	82
Zona sismogénica VI.....	84
Zona sismogénica VII.....	86
Análisis de los resultados .....	87
<b>CAPÍTULO IV. APLICACIONES.....</b>	<b>89</b>
<b>FUNCIONES DE DENSIDAD Y DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD.....</b>	<b>89</b>
Zona sismogénica I.....	89
Zona sismogénica II.....	91
Zona sismogénica III.....	94
Zona sismogénica IV.....	96
Zona sismogénica V.....	98
Zona sismogénica VI.....	101
Zona sismogénica VII.....	103
Análisis de los resultados .....	105
<b>GRÁFICAS COMPARATIVAS .....</b>	<b>106</b>
Profundidad focal.....	106
Rango de magnitudes.....	107
Zonas sismogénicas.....	108
Períodos de obtención de datos .....	109
<b>PERÍODOS DE RETORNO .....</b>	<b>110</b>
Análisis de los resultados .....	117
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>118</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>120</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>121</b>

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Sismos históricos que influenciaron la ciudad de Cumaná.....	57
Tabla 2. Parámetros relativos a las zonas definidas .....	68
Tabla 3. Valores de a y b, desviación típica y errores absolutos.....	69
Tabla 4. Magnitudes de interés para el cálculo de la peligrosidad .....	74
Tabla 5. Probabilidades de excedencia, zona I .....	75
Tabla 6. Probabilidades de excedencia, zona II .....	77
Tabla 7. Probabilidades de excedencia, zona III .....	79
Tabla 8. Probabilidades de excedencia, zona IV.....	80
Tabla 9. Probabilidades de excedencia, zona V.....	82
Tabla 10. Probabilidades de excedencia, zona VI.....	84
Tabla 11. Probabilidades de excedencia, zona VII.....	86
Tabla 12. Análisis de resultados, curvas de peligrosidad.....	88
Tabla 13. Función de densidad, zona I .....	89
Tabla 14. Función de distribución, zona I.....	90
Tabla 15. Función de densidad, zona II .....	92
Tabla 16. Función de distribución, zona II.....	93
Tabla 17. Función de densidad, zona III .....	94
Tabla 18. Función de distribución, zona III.....	95
Tabla 19. Función de densidad, zona IV .....	96
Tabla 20. Función de distribución, zona IV .....	97
Tabla 21. Función de densidad, zona V .....	98
Tabla 22. Función de distribución, zona V .....	100
Tabla 23. Función de densidad, zona VI .....	101
Tabla 24. Función de distribución, zona VI .....	102
Tabla 25. Función de densidad, zona VII .....	103
Tabla 26. Función de distribución, zona VII .....	104
Tabla 27. Períodos de retorno, zona I .....	110
Tabla 28. Períodos de retorno, zona II .....	111
Tabla 29. Períodos de retorno, zona III .....	112
Tabla 30. Períodos de retorno, zona IV.....	113
Tabla 31. Períodos de retorno, zona V.....	114
Tabla 32. Períodos de retorno, zona VI.....	115
Tabla 33. Períodos de retorno, zona VII.....	116

Tabla 34. Análisis de resultados, períodos de retorno. .... 117

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Sistemas tectónicos que influyen la ciudad de Cumaná.....	54
<b>Figura 2.</b> Mapa geomorfológico de Cumaná. Beltrán y Rodríguez, 1995 .....	55
<b>Figura 3.</b> Sismos no instrumentales, derivados de estudios históricos.....	57
<b>Figura 4.</b> Sismicidad superficial (0 a 30 Kms) en el nororiente de Venezuela. Elaborado por la investigadora Ysimar Rivera .....	58
<b>Figura 5.</b> Distribución de sismos con hipocentros entre 0 y 30 Kms .....	58
<b>Figura 6.</b> Diagrama para sismos entre 0 y 30 Kms de profundidad.....	59
<b>Figura 7.</b> Malla de sismos con hipocentros entre 0 y 30 Kms.....	59
<b>Figura 8.</b> Zonas sismogénicas I, II y III .....	60
<b>Figura 9.</b> Sismicidad intermedia (30 a 70 Kms) en el nororiente de Venezuela. Elaborado por la investigadora Ysimar Rivera. ....	60
<b>Figura 10.</b> Distribución de sismos con hipocentros entre 30 y 70 Kms .....	61
<b>Figura 11.</b> Diagrama para sismos entre 30 a 70 Km. de profundidad .....	61
<b>Figura 12.</b> Malla de sismos con hipocentros entre 30 y 70 Km. ....	62
<b>Figura 13.</b> Zonas sismogénicas IV y V .....	62
<b>Figura 14.</b> Sismicidad profunda (70-150 Kms ) en el nororiente de Venezuela. Elaborado por la investigadora Ysimar Rivera. ....	63
<b>Figura 15.</b> Distribución de sismos con hipocentros entre 70 a 150 Kms .....	64
<b>Figura 16.</b> Diagrama para sismos entre 70 a 150 Kms de profundidad.....	64
<b>Figura 17.</b> Malla de sismos con hipocentros entre 70 y 150 Kms.....	65
<b>Figura 18.</b> Zona sismogénica VI.....	65
<b>Figura 19.</b> Sismicidad profunda (150 - 300 Kms. de profundidad) en el nororiente de Venezuela. Realizado por la investigadora Ysimar Rivera .....	66
<b>Figura 20.</b> Distribución de sismos con hipocentros entre 150 y 300 Kms .....	66
<b>Figura 21.</b> Diagrama para sismos con hipocentros entre 150 - 300 Kms .....	67
<b>Figura 22.</b> Malla de sismos con hipocentros entre 150 - 300 Kms .....	67
<b>Figura 23.</b> Zona sismogénica VII.....	68
<b>Figura 24.</b> Regresión lineal, zona sismogénica I .....	70
<b>Figura 25.</b> Regresión lineal, zona sismogénica II .....	70
<b>Figura 26.</b> Regresión lineal, zona sismogénica III .....	71
<b>Figura 27.</b> Regresión lineal, zona sismogénica IV.....	71
<b>Figura 28.</b> Regresión lineal, zona sismogénica V.....	72
<b>Figura 29.</b> Regresión lineal, zona sismogénica VI.....	72
<b>Figura 30.</b> Regresión lineal, zona sismogénica VII.....	73

<b>Figura 31.</b> Curvas de peligrosidad, zona sismogénica I .....	76
<b>Figura 32.</b> Curvas de peligrosidad, zona sismogénica II .....	78
<b>Figura 33.</b> Curvas de peligrosidad, zona sismogénica III .....	79
<b>Figura 34.</b> Curvas de peligrosidad, zona sismogénica IV .....	81
<b>Figura 35.</b> Curvas de peligrosidad, zona sismogénica V .....	83
<b>Figura 36.</b> Curvas de peligrosidad, zona sismogénica VI .....	85
<b>Figura 37.</b> Curvas de peligrosidad, zona sismogénica VII .....	86
<b>Figura 38.</b> Función de densidad, zona sismogénica I .....	90
<b>Figura 39.</b> Función de distribución de probabilidad, zona sismogénica I .....	91
<b>Figura 40.</b> Función de densidad, zona sismogénica II .....	92
<b>Figura 41.</b> Función de distribución de probabilidad, zona sismogénica II .....	93
<b>Figura 42.</b> Función de densidad, zona sismogénica III .....	94
<b>Figura 43.</b> Función de distribución de probabilidad, zona sismogénica III .....	95
<b>Figura 44.</b> Función de densidad, zona sismogénica IV .....	97
<b>Figura 45.</b> Función de distribución de probabilidad, zona sismogénica IV .....	98
<b>Figura 46.</b> Función de densidad, zona sismogénica V .....	99
<b>Figura 47.</b> Función de distribución de probabilidad, zona sismogénica V .....	100
<b>Figura 48.</b> Función de densidad, zona sismogénica VI .....	101
<b>Figura 49.</b> Función de distribución de probabilidad, zona sismogénica VI .....	102
<b>Figura 50.</b> Función de densidad, zona sismogénica VII .....	104
<b>Figura 51.</b> Función de distribución de probabilidad, zona sismogénica VII .....	105
<b>Figura 52.</b> Distribución según la profundidad focal .....	107
<b>Figura 53.</b> Distribución según rango de magnitudes .....	107
<b>Figura 54.</b> Distribución según la zona sismogénica .....	108
<b>Figura 55.</b> Distribución según periodo cronológico .....	109
<b>Figura 56.</b> Períodos de retorno, zona sismogénica I .....	110
<b>Figura 57.</b> Períodos de retorno, zona sismogénica II .....	111
<b>Figura 58.</b> Períodos de retorno, zona sismogénica III .....	112
<b>Figura 59.</b> Períodos de retorno, zona sismogénica IV .....	113
<b>Figura 60.</b> Períodos de retorno, zona sismogénica V .....	114
<b>Figura 61.</b> Períodos de retorno, zona sismogénica VI .....	115
<b>Figura 62.</b> Períodos de retorno, zona sismogénica VII .....	116

## DEDICATORIA

Dedico este trabajo a:

Mis padres, Andrés Velásquez y Carmen Gutiérrez, quienes con su amor, consejos y comprensión apoyaron e impulsaron mi vida y mi tránsito por los senderos de la matemática.

Mis hermanos Manuel Isaías, José Gregorio y Luisa, quienes me han brindado durante nuestras vivencias su apoyo y afecto incondicional.

Mi esposa, Norys Carmona, la cual ha sido mi inseparable compañera en triunfos y fracasos, alegrías y sinsabores y que desempeñó un rol preeminente en la culminación de esta misión.

A mis hijos Anneirys, Andrés Bernardo y a mi nieto Said Emir, por otorgarme inspiración y fortaleza para culminar esta empresa.

A mis amigos, quienes constantemente me recordaban y exhortaban a cumplir esta meta pendiente.

## **AGRADECIMIENTO**

A DIOS, alfa y omega, principio y fin de todo lo que conocemos y lo que no conocemos.

A mi tutora, Dra. Milagros Elena Rodríguez, por su paciencia, dedicación y sustento antes y durante la realización de este trabajo.

Al personal docente del Departamento de Matemáticas, en especial a los profesores Santiago Alcalá, Jacques Laforgue y Rodrigo Dalta por su motivación constante y colaboración desinteresada.

Al personal del Cuerpo de Bomberos de la Universidad de Oriente, en particular al Lic Carlos Boada por las facilidades otorgadas y permitirme el tiempo necesario para el feliz término de este trabajo.

Al Centro de Sismología de la Universidad de Oriente, en especial a los profesores Jorge Rojas e Ysimar Rivera por sus inestimables aportes y apoyo técnico en la realización de esta investigación.



UNIVERSIDAD DE ORIENTE  
NÚCLEO DE SUCRE  
ESCUELA DE CIENCIAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

## **CURVAS DE PELIGROSIDAD ASOCIADAS AL RIESGO SÍSMICO EN CUMANÁ, ESTADO SUCRE**

Autor: Br. Andrés Antonio Velásquez Gutiérrez  
Tutora: Dra. Milagros Elena Rodríguez

### **RESUMEN**

Cumaná, estado Sucre, es una zona sísmicamente activa. Entender su riesgo es de fundamental importancia para la toma de decisiones que contribuyan a la mitigación de los efectos que un sismo de elevada magnitud ocasionaría. En esta investigación, se realizan las estimaciones necesarias para la construcción de las curvas de peligrosidad sísmica para cada una de las fuentes sismogénicas que afectan a la ciudad. Para ello, se hace uso de la estadística de valores extremos, la cual estudia los parámetros presentes en series de datos que superan cierto umbral. Esta se aplica a los datos contenidos en un catálogo derivado de los registros instrumentales del Centro de Sismología de la Universidad de Oriente, de la Fundación Venezolana de Investigaciones Sísmicas y otras instituciones científicas, a los cuales se les ha realizado su homogeneización, el filtrado de réplicas y premonitores, así como la prueba de completitud y se le han añadido sismos derivados de investigaciones históricas que han afectado significativamente la ciudad. El conjunto de datos se ha dividido siguiendo el criterio de su profundidad focal en 4 categorías. Luego basándose en un criterio subjetivo que implica la densidad sísmica, la ocurrencia de sismos históricos y la profundidad de los sismos se han identificado 7 zonas que influyen la sismicidad de la ciudad de Cumaná. Haciendo uso de la ley de recurrencia de Gutenberg-Richter se han calculado los parámetros de sismicidad a través del método de mínimos cuadrados, con los cuales se construyen las curvas de peligrosidad sísmica. Finalmente, con los datos obtenidos se obtienen las funciones de densidad y de distribución de probabilidad para cada una de las zonas sismogénicas, así como los períodos de retorno sísmico.

**Palabras clave:** sismos, recurrencia, análisis de regresión, curvas de peligrosidad, períodos de retorno.

## INTRODUCCIÓN

Cumaná, estado Sucre, es una zona sísmicamente activa. Desde su primer registro sísmico del 01 de septiembre de 1530 hasta el día de hoy, esta urbe ha sido impactada por un número significativo de sismos, donde destacan varios movimientos mayores que produjeron incalculables daños en bienes materiales, un elevado número de lesionados, pérdida de vidas y eventos asociados a los terremotos como la licuación de los suelos y maremotos.

La ciudad está ubicada en un área próxima a dos sistemas tectónicos: (Pérez y Mendoza, 1998, pág. 102). Estos dos sistemas enmarcan a Cumaná dentro de la zona de deformación producida por la colisión de las placas Caribe, Suramérica y del Atlántico.

La ubicación de la ciudad dentro de esta zona de deformación está influenciada además por factores que incrementan la probabilidad de daños que un sismo de elevada magnitud causaría a la ciudad. (Rivera, 2017, págs. 54 y 55).

Los sismos son eventos recurrentes que escapan del control humano. Actualmente no es posible señalar con un alto nivel de precisión el lugar donde ocurrirá el próximo sismo, tampoco deducir matemáticamente un intervalo de tiempo de ocurrencia lo suficientemente acotado como para tomar acciones a corto o mediano plazo. Las investigaciones en el área convergen en la importancia del estudio y comprensión de los niveles de peligrosidad sísmica con el propósito de diseñar acciones para reducir a largo plazo su impacto sobre la población.

La Oficina Coordinadora de las Naciones Unidas para el Socorro en casos de Desastres (Undro por sus siglas en inglés) define la peligrosidad sísmica como

$$H (\text{Hazard}) = P[x(s) \geq x_0; t] \quad (1)$$

donde H representa la probabilidad de superación de un umbral  $x_0$  para la intensidad del movimiento  $x$  en un emplazamiento  $s$  durante un tiempo  $t$ . (Undro, 1980, citado por Benito y Jiménez, 1999, pág. 14).

La ecuación (1) lleva al conjunto  $X = \{x_i(s), i = 1, 2, \dots\}$  cuyos elementos son aquellos sismos que superan el límite establecido  $x_0$ . La escogencia de  $x_0$  como umbral puede obedecer a varios factores, aunque generalmente su elección es subjetiva y depende de las observaciones realizadas sobre la destructividad de los sismos que rebasan cierta magnitud, lo que presupone extrapolar que en el futuro sismos con esta característica producirán daños proporcionales a los ya observados.

Considerando  $x_1(s), x_2(s), \dots$  una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución marginal desconocida  $F$  y definiendo las excedencias a este umbral como

$$Y = \{y_i = x_i(s) - x_0\}, \quad (2)$$

entonces el comportamiento de las excedencias de  $X$  sobre el umbral  $x_0$  viene dado por la probabilidad condicional (Villanueva, 2016, pág. 13)

$$P(X > x_0 + y | X > x_0) = \frac{1-F(x_0+y)}{1-F(x_0)} \quad y \in Y, y > 0 \quad (3)$$

Mientras más alto el umbral  $x_0$  elegido, más pequeña será la secuencia de sismos  $\{x_i(s)\}$  que lo superen. Esto conlleva a enmarcar este problema dentro del análisis de la cola de la distribución, lo cual es el objeto de estudio de una rama de las matemáticas denominada Estadística de Valores Extremos. (Serra, 2013, pág. 20).

Cada uno de los sismos  $x_i(s)$  ocurre en un tiempo  $t_i$  aleatorio. Dado que los sismos son fenómenos naturales que tienen una baja probabilidad de ocurrencia individual, el modelo que mejor se ajusta para la serie  $\{t_i\}$  es el proceso de Poisson. (Navidi, 2006, pág. 207).

La frecuencia u ocurrencia de los terremotos se distribuyen según la distribución de Poisson (Lomnitz, 1974 citado por Coral, 1986, pág. 8). Para eventos aleatorios que siguen una distribución de Poisson en el tiempo, los intervalos de recurrencia entre la secuencia de eventos sucesivos ( $t_2 - t_1, t_3 - t_2, \dots, t_n - t_{n-1}, \dots$ ) son independientes y exponencialmente distribuidos como variables aleatorias con una función de distribución

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (4)$$

donde  $\lambda$  es el número promedio de eventos por unidad de tiempo.

La recurrencia de los sismos fue investigada por Gutenberg y Richter quienes determinaron que es de tipo semilogarítmica. A partir de cierta magnitud mínima  $M_{min}$  y hasta otra magnitud máxima  $M_{máx}$ , existe un rango en que la relación entre el logaritmo de la frecuencia ( $N$ ) y la magnitud ( $m$ ) es lineal del tipo:

$$\log N = a + b \cdot m, \quad (5)$$

donde  $N$  es la frecuencia acumulada de terremotos de magnitud mayor a  $m$ ,  $a$  y  $b$  son variables adimensionales, que definen la sismicidad del área bajo estudio. (Gutenberg y Richter, 1954, citado por Coral, 1986, pág. 5).

Los parámetros  $a$  y  $b$  de la ecuación (5) pueden determinarse por varios métodos matemáticos, siendo el método de mínimos cuadrados el utilizado en esta investigación. El método de mínimos cuadrados hace uso

del análisis de regresión para calcular una recta  $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1x$  que es la que mejor se ajusta al conjunto de datos proporcionados.

La evaluación de la peligrosidad sísmica de una región sigue dos cursos de acción: los métodos deterministas que parten de suponer que la historia sísmica se repite dentro de una región en la misma forma con el paso del tiempo y los métodos probabilísticos, que consideran los efectos de todos los terremotos que pueden afectar a una región y tienen en cuenta la ley de recurrencia de los mismos para la obtención de funciones de distribución de probabilidad. Los métodos probabilísticos a su vez se subdividen en métodos paramétricos y no paramétricos; los métodos no paramétricos evalúan la peligrosidad mediante funciones de distribución de valores extremos; los métodos paramétricos, el cual es el método utilizado en esta investigación, se basan esencialmente en la adopción de un modelo de zonas sismogénicas con las que se realiza una compartimentación del área de influencia, y se ajusta la sismicidad de cada zona a un modelo de recurrencia. (Belén y Jiménez, 1999, págs. 30-32).

Como primer paso en el método utilizado, se definió la extensión de la zona cuya sismicidad puede afectar a la ciudad. Las normativas para la construcción de obras ingenieriles críticas exigen un área de 300 Km. alrededor del emplazamiento en estudio, este es el criterio que se seguirá en este trabajo. Una vez definida el área, se recopiló toda la información existente sobre los terremotos con epicentros en ella. De aquí se extrajeron los datos referentes a parámetros de localización y tamaño, profundidad focal y frecuencia de ocurrencia de sismos; luego se procedió a calcular los parámetros de interés, los cuales fueron presentados de manera gráfica, siendo las curvas de peligrosidad sísmica la herramienta usada para hacerlo. Estas curvas muestran la probabilidad anual de excedencia para diferentes períodos de tiempo seleccionados. (Ramírez *et al.*, 2008, pág. 64).

La finalidad de toda investigación en materia de peligrosidad sísmica es contribuir en la reducción del riesgo. La elaboración de modelos probabilísticos que estimen los máximos movimientos esperados durante un período de tiempo dado, contribuye a la elaboración de normas ingenieriles que permitan a las infraestructuras vitales resistir esos movimientos durante su tiempo de vida útil (diseño sismo resistente). Esas estimaciones se introducen en los cálculos dinámicos de la estructura a diseñar, dotando a la misma de capacidad de resistencia para proteger las vidas de quienes las ocupan, limitar los daños económicos y mantener la operatividad de las construcciones, equipos e instalaciones que albergan. Este conocimiento es de fundamental importancia para ingenieros, constructores y planificadores. (Montezuma, 2013, pág. 20).

Se utilizó el programa MATLAB, en su versión 2013, para realizar las estimaciones de los parámetros y elaborar los gráficos necesarios.

En esta investigación se plantean los siguientes objetivos:

#### *Objetivo General*

Estimar las curvas de peligrosidad asociadas al riesgo sísmico en Cumaná, estado Sucre.

#### *Objetivos Específicos*

- 1) Analizar los aspectos matemáticos del cálculo de la peligrosidad sísmica.
- 2) Estudiar el Modelo de Gutenberg y Richter (1944) para la recurrencia de un evento sísmico.
- 3) Construir las curvas de peligrosidad sísmica, en zonas sismogénicas en Cumaná, Estado Sucre.
- 4) Formular recomendaciones, especificando ventajas y desventajas.

## CAPÍTULO I. PRELIMINARES DE LA INVESTIGACIÓN

### ESTADÍSTICA DE VALORES EXTREMOS

El 17 de enero de 1929 y el 9 de julio de 1997 dos sismos de magnitudes 6,8 y 6,9 Mw (Audemard, 2007) respectivamente impactaron con fuerza la ciudad de Cumaná, produciendo pérdidas materiales y humanas significativas. Entre las características observables de estos sismos está su ubicación marcadamente fuera del promedio de sismicidad de la región. Esto es, son eventos raros con muy bajo nivel de ocurrencia. Pero, aunque anómalos, son eventos que no pueden descartarse y deben analizarse detenidamente.

Si se denotan como  $\{m_i, i = 1, 2, \dots\}$  las magnitudes de los sismos que han impactado a Cumaná durante el siglo XX, se tendrían que los sismos de 1929 y 1997 estarían entre los valores máximos de esa sucesión de movimientos. Desde el punto de vista estadístico, estos valores están ubicados en la cola de la distribución. Un área de la matemática, denominada Estadística de Valores Extremos (EVE) analiza el comportamiento estocástico de estos valores. Su objeto de estudio son las desviaciones anómalas respecto al valor esperado de una distribución de probabilidad. Abarca la estimación de parámetros y la inferencia estadística en acontecimientos que tienen pocas observaciones en la cola de la distribución, sucesos cuyos valores a estimar están más allá del valor máximo de la muestra e incidentes donde las técnicas estándar ajustan muy bien donde los datos tienen mayor densidad pero tienen sesgos importantes al estimar las colas.

Esta rama de la estadística tiene su origen en un trabajo pionero realizado por Richard Von Mises en 1923 sobre distribuciones asintóticas.

Ronald Fisher y Leonard Tippett en 1928 obtienen el primer teorema fundamental de la EVE cuando realizaban investigaciones sobre la resistencia de un hilo de algodón; Gnedenko en 1948 caracterizó la distribución asintótica del máximo observado, unificando y extendiendo la teoría existente hasta ese momento; Emil Gumbel en 1950 realizó las primeras aplicaciones estadísticas y codificó la teoría en su libro *Statistics of Extremes*; Balkema, de Haan y Pickands entre 1974 y 1975 realizaron la generalización de sus leyes clásicas y establecieron el segundo teorema fundamental de la EVE. Numerosos investigadores han desarrollado las aplicaciones prácticas de la teoría en tres corrientes principales de trabajo: en el análisis de riesgos financieros y ocurrencia de eventos adversos, en las ciencias medioambientales a través de estudios del caudal de los ríos, altura del oleaje en el mar, temperaturas extremas, sismicidad, entre otros y en la ingeniería en temas como la fiabilidad estructural, la seguridad, entre otros. (Florín, 2017, pág. 3).

Existen dos aproximaciones a la Estadística de Valores Extremos. Una de ellas se basa en el ajuste por bloques de la distribución de los valores máximos o mínimos. El principal inconveniente que presenta este método reside en la elección del tamaño de los bloques, para lo cual hay que encontrar un equilibrio entre el sesgo y la varianza. La elección de bloques muy pequeños conduce a una pobre aproximación del modelo, con lo que se aumenta el sesgo al estimar y extrapolar. Por el contrario, la elección de bloques demasiado grandes aumenta la varianza de las estimaciones. (Villanueva, 2016, págs. 11 y 12).

La otra aproximación se centra en el análisis de los valores que exceden cierto umbral, el cual es el enfoque que se utilizará en esta investigación.

## Distribución de valores extremos

Sea  $\{X_n, n \geq 1\}$  una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con una función de distribución de probabilidad  $F$ . Si se reordena la sucesión de menor a mayor, se obtiene:

$$X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq \dots \leq X_{n:n} \quad (1.1)$$

**Definición 1.1:**  $X_{1:n} = \min_{i \leq n} \{X_i\}$  es el mínimo y  $X_{n:n} = \max_{i \leq n} \{X_i\}$  es el máximo.

En el caso de los movimientos sísmicos, el interés está en estudiar el comportamiento estadístico de los valores máximos:

$$M_n = X_{n:n} = \max_{i \leq n} X_i \quad (1.2)$$

donde la distribución de esta variable aleatoria es

$$F_{M_n}(x) = P(M_n \leq x) = P(X_1 \leq x, \dots, X_n \leq x) = \prod_{i=1}^n P(X_i \leq x) = F^n(x) \quad (1.3)$$

Y de la primera derivada, se obtiene su función de densidad

$$f_{M_n}(x) = n[F(x)]^{n-1} \cdot f(x) \quad (1.4)$$

**Definición 1.2:**  $\omega(F) = \sup\{x: F(x) < 1\}$  es el punto derecho final de la distribución  $F$ .

Si  $x < \omega(F)$  entonces  $F(x) < 1$  y por tanto  $P(M_n \leq x) = F^n(x) \rightarrow 0$ , además, si  $x > \omega(F)$  entonces  $F(x) = 1$  y por tanto  $P(M_n \leq x) = F^n(x) = 1$ .

Esto significa que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M_n = \lim_{n \rightarrow \infty} [F(x)]^n = \begin{cases} 1 & \text{si } F(x) = 1 \\ 0 & \text{si } F(x) < 1 \end{cases}$$

lo que implica que la distribución del máximo converge a una distribución degenerada. Se tiene, entonces, la necesidad de llevar a cabo una normalización para obtener una distribución límite no degenerada.

Para ello se utiliza el Teorema Central del Límite para buscar secuencias de constantes  $\{a_n\}$  y  $\{b_n\}$   $n \geq 1$ , tales que permitan conseguir la transformación lineal

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M_n(a_n(x) + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} [F(a_n(x) + b_n)]^n = G(x) \quad \forall x$$

donde  $G(x)$  es una distribución no degenerada. Esto se logra utilizando para  $\{a_n\}$  la medida de la tendencia central de la distribución y para  $\{b_n\}$  la medida de la dispersión con lo que se obtiene que

$$M_n^* = \frac{M_n - b_n}{a_n} \quad (1.5)$$

converja a una distribución no degenerada cuando  $n \rightarrow \infty$ .

El rango completo de distribuciones límite que podrá seguir la ecuación (1.5) viene dado por el siguiente teorema:

**Teorema 1.1:** *Si existen sucesiones de constantes  $\{a_n > 0\}$  y  $\{b_n\}$  tales que*

$$P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \geq x\right) \rightarrow G(x), \text{ cuando } n \rightarrow \infty$$

*siendo  $G$  una función de distribución no degenerada, entonces  $G$  debe pertenecer a una de las siguientes familias:*

$$\text{Gumbel: } G(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\left(\frac{x-b}{a}\right)\right]\right\}, \quad -\infty < x < \infty \quad (1.6)$$

$$\text{Fréchet: } G(x) = \begin{cases} 0, & x \leq b \\ \exp\left\{-\left(\frac{x-b}{a}\right)^{-\alpha}\right\}, & x > b \end{cases} \quad (1.7)$$

$$\text{Weibull: } G(x) = \begin{cases} \exp\left\{-\left[\frac{x-b}{a}\right]^\alpha\right\} & x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases} \quad (1.8)$$

con parámetros  $a > 0$ ,  $b > 0$  y  $\alpha > 0$ .

La distribución  $G(x)$  siempre pertenece a una de estas tres distribuciones sin importar cual sea la distribución  $F(x)$  de la cual se ha partido. Ello implica que la distribución asintótica de los máximos  $M_n$  se puede estimar sin realizar suposiciones acerca de la naturaleza de la distribución original de las observaciones.

Las familias de distribuciones (1.6), (1.7) y (1.8) se pueden combinar en un solo modelo continuo y unificado realizando la reparametrización  $\xi = 1/\alpha$  y haciendo uso del siguiente teorema denominado Primer Teorema Fundamental de Valores Extremos:

**Teorema 1.2** Si existen sucesiones de constantes  $\{a_n > 0\}$  y  $\{b_n\}$  tales que

$$P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq x\right) \rightarrow G(x), \text{ cuando } n \rightarrow \infty$$

para una distribución  $G$  no degenerada, entonces  $G$  pertenece a la familia de distribuciones de valores extremos,

$$G(x) = \exp\left\{-\left[1 + \xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi}\right\} \quad (1.9)$$

Esta función está definida en  $\{z: 1 + \xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) > 0\}$ , donde los parámetros de localización, escala y forma satisfacen, respectivamente

$$-\infty < \mu < \infty, \sigma > 0 \text{ y } -\infty < \xi < \infty.$$

Esta familia de distribuciones se conoce como familia de distribuciones

de valores extremos generalizada (VEG) o familia de Von Mises.

La especificación de  $\xi$ , denominada parámetro de forma o índice de cola determinará el comportamiento de la cola de la distribución, de forma que según el valor que tome esta variable se tendrá una de las siguientes distribuciones:

Gumbel si  $\xi = 0$ , Fréchet si  $\xi > 0$ , Weibull si  $\xi < 0$ .

### Excedencia de umbrales

Sea  $x_1, x_2, \dots$  una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución marginal  $F$ .

**Definición 1.3:**  $x_0 \in \{x_i, i = 1, 2, \dots\}$  se denomina umbral, si los elementos  $x > x_0$  son los valores extremos del proceso bajo estudio.

**Definición 1.4:** Sea  $X$  el conjunto de los valores extremos del proceso, se denominan excedencias del umbral  $x_0$  a los valores  $Y = X - x_0$ .

El comportamiento de las excedencias de  $X$  sobre el umbral  $x_0$  viene dado por la probabilidad condicional dada en la ecuación (2):

$$P\left(X > x_0 + y | X > x_0\right) = \frac{1-F(x_0+y)}{1-F(x_0)}, \quad y \in Y, y > 0$$

Si se conociera la distribución  $F$ , la distribución de excedencias del umbral sería igualmente conocida; como este no es el caso, es necesario el uso de una distribución VEG como aproximación.

Pickands, Balkema y de Haan mediante un resultado de límite llegaron a la conclusión que la distribución de los excesos puede ser aproximada exitosamente con la distribución de Pareto generalizada (DPG) la cual se define con el siguiente teorema denominado Segundo Teorema Fundamental

de Valores Extremos.

**Teorema 1.3:** Sean  $X_1, X_2, \dots$  una secuencia de variables aleatorias independientes con distribución común  $F$ , y sea

$$M_n = \text{máx}\{X_1, \dots, X_n\}$$

Sea  $x$  un término arbitrario  $X_i$  de esta secuencia y supóngase que  $F$  satisface el teorema 1.2, es decir,

$$P\{M_n \leq x\} \approx G(x), \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty$$

donde

$$G(x) = \exp \left\{ - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\}$$

Para  $\mu, \sigma > 0$  y  $\xi$ . Entonces, para un umbral  $x_0$  suficientemente grande, la función de distribución de  $(X - x_0)$ , condicionada a  $X > x_0$ , tendrá la forma

$$H(y) = \begin{cases} 1 - \left( 1 + \frac{\xi y}{\tilde{\sigma}} \right)^{-1/\xi} & y > 0 \quad \text{si } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{y}{\tilde{\sigma}}\right) & y > 0 \quad \text{si } \xi = 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

estando definida en  $\{y: y > 0 \text{ y } \left( 1 + \frac{\xi y}{\tilde{\sigma}} \right)^{1/\xi} > 0\}$ , donde

$$\tilde{\sigma} = \sigma + \xi(x_0 - \mu). \quad (1.11)$$

Llamase a este grupo de distribuciones, familia de distribuciones de Pareto generalizada (DPG) y está caracterizada por tres parámetros, el parámetro de localización  $\mu$ , el parámetro de escala  $\tilde{\sigma}$  y el de forma  $-\infty < \xi < +\infty$ . Su comportamiento está determinado por el parámetro  $\xi$ .

Si  $\xi < 0$ , la distribución de los excesos tiene como límite superior a

$u - \tilde{\sigma}/\xi$ . Si  $\xi \geq 0$ , la distribución no tiene límite superior. Para  $\xi > 0$  se tiene la distribución de Pareto ordinaria. En el caso de que  $\xi = 0$ , la distribución se corresponde con una distribución exponencial de parámetro  $1/\tilde{\sigma}$ .

### Índice de cola

De forma similar a como en la estadística ordinaria se utiliza la esperanza y la varianza para describir gran parte de la distribución de una variable, en la EVE se utiliza el índice de cola  $\xi$ . Este parámetro caracteriza tanto los bloques de máximos como los excesos de un umbral. (Serra, 2013, pág. 12).

Existen varios métodos disponibles para estimar el índice de cola, entre ellos destacan los métodos de máxima verosimilitud, de momentos ponderados, del percentil básico, el método Hill, entre otros. Cada uno de estos métodos presenta inconvenientes. El método de máxima verosimilitud requiere el uso de técnicas numéricas debido a que la maximización de la función de log-verosimilitud no se puede llevar a cabo de forma analítica. El método de los momentos ponderados tiene el problema de que para  $\xi \geq 1$  los momentos no existen; y para el caso  $\xi < 0$ , las estimaciones pueden ser inconsistentes con los datos observados. El método del percentil básico es válido solo en el caso que  $\xi \neq 0$ . El método de Hill, está diseñado para el cálculo de la subfamilia Fréchet, aun cuando es el más utilizado en la actualidad. (Villanueva, 2016, págs. 14-16).

En esta investigación utilizaremos el estimador Dress Pickands, el cual calcula el índice de cola a través de la expresión

$$\xi_{k,n}^P = \frac{\ln \frac{x_k - x_{2k}}{x_{2k} - x_{4k}}}{\ln 2} \quad (1.12)$$

donde  $x_k$  es la k-ésima observación más alta y k representa las mayores observaciones realizadas.

### **Selección del umbral**

Aunque la selección de la magnitud umbral para estudios de sismicidad, pareciera ser subjetiva, existen procedimientos matemáticos que permiten sustentar cual umbral es el más adecuado para la investigación que se plantee.

Para la elección del umbral hay que tener en cuenta que una elección muy baja aumenta el número de observaciones lo que puede disminuir la varianza del ajuste, además aumentaría el sesgo del modelo al incluir observaciones que no están en la cola de la distribución; mientras que la elección de un límite muy alto reduce el número de observaciones y genera un número de excedencias muy pequeño, con lo que aumenta su varianza y hace que la estimación del índice de cola sea más volátil al realizarse con un menor número de observaciones. (García, 2014, págs. 34 y 35)

Se dispone de dos métodos para la elección del umbral:

**Método 1:** Sea Y el conjunto de las excedencias por encima de un umbral  $x'_0$ . Supongamos que Y sigue una DPG con parámetros  $\sigma$  y  $\xi$ , para un término arbitrario X de la serie se tiene:

$$E(X - x'_0 | X > x'_0) = \frac{\sigma_{x'_0}}{1-\xi}, \text{ con } \xi > 1,$$

donde  $\sigma_{x'_0}$  será el parámetro de escala de la distribución de las excedencias del umbral  $x'_0$ . Esto es, si la distribución de Pareto es válida para las excedencias del umbral  $x'_0$ , será igualmente válida para cualquier umbral  $x_0 > x'_0$  mediante una sustitución del parámetro de escala por  $\sigma_{x_0}$ . De esta

forma y teniendo en cuenta (1.11), se tiene

$$E(X - x_0 | X > x_0) = \frac{\sigma_{x_0}}{1-\xi} = \frac{\sigma_{x'_0} + \xi x_0}{1-\xi}.$$

Los valores proporcionados por esta expresión se modificarán linealmente al variar  $x_0$  en los niveles en que el ajuste de la DPG es apropiado.

Para ello, se representarán los puntos

$$\left\{ \left( x_0, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_{x_0}} (x_{(i)} - x_0) \right) : x_0 < x_{max} \right\},$$

donde  $x_{(1)}, \dots, x_{(n_u)}$  son las observaciones que exceden  $x_0$  y  $x_{max}$  es el máximo  $X_i$ . Este gráfico se denomina gráfico de vida media residual. Se tomará como umbral el valor máximo para el que el gráfico muestra una tendencia lineal.

**Método 2:** Consiste en ajustar la DPG en un rango de umbrales y elegir el límite adecuado según la estabilidad de los parámetros estimados.

Según la caracterización de la familia de distribuciones de Pareto generalizada, si una DPG es útil para modelizar las excedencias de un umbral  $x'_0$ , las excedencias de un umbral  $x_0$  más alto que el anterior también seguirán una DPG, siendo sus parámetros de forma idénticos, mientras que sus parámetros de escala satisfacen la siguiente relación

$$\sigma_{x_0} = \sigma_{x'_0} + \xi(x_0 - x'_0) \text{ si } \xi \neq 0.$$

En el caso de que  $\xi = 0$  se realizará la siguiente reparametrización:

$$\sigma^* = \sigma_{x_0} - \xi x_0.$$

Se representarán  $\hat{\sigma}^*$  y  $\hat{\xi}$  frente a  $x_0$ . Las estimaciones de ambos parámetros serían constantes por encima de  $x'_0$  si  $x'_0$  es un umbral válido para excedencias que siguen la DPG. (Villanueva, 2016, págs. 17 y 18).

## PROCESOS DE POISSON

La ocurrencia de terremotos es objeto de debate de dos corrientes filosóficas, una de ellas plantea que cuando sucede un evento se liberan las tensiones en la(s) falla(s) por lo que se reduce temporalmente la probabilidad de ocurrencia de sismos; la otra corriente que es la que se seguirá en esta investigación plantea que cada sismo es independiente con respecto a cualquier otro. Si denotamos como  $t_i$   $i = 1, \dots, n$  el tiempo en que ocurre cada uno de los sismos  $x_i$ , tendremos entonces una serie  $\{t_i\}$  de eventos aleatorios con baja probabilidad de ocurrencia individual, el modelo más simple para este tipo de situaciones es el proceso de Poisson.

**Definición 1.5:** Un proceso de Poisson es un proceso estocástico de tiempo continuo que consiste en contar eventos extremos que ocurren a lo largo del tiempo o en una región específica. El tiempo entre cada par de eventos consecutivos tiene una distribución exponencial con parámetro  $\lambda$ ; donde cada uno de tales tiempos es independiente del resto.

El proceso de Poisson tiene las siguientes propiedades:

El número de resultados que ocurre en un intervalo de tiempo o en una región específica es independiente del número que ocurre en otro intervalo o región disjunta. Esto es, el proceso de Poisson no tiene memoria.

La probabilidad de que un resultado sencillo ocurra en un intervalo de tiempo es proporcional a la longitud del intervalo de tiempo o al tamaño de la región y no depende del número de resultados que ocurren fuera de ese intervalo o región. La probabilidad de que más de un éxito ocurra en tal

intervalo de tiempo o que caiga en tal región pequeña es insignificante.

### Distribución de Poisson

**Definición 1.6:** Una variable aleatoria  $X$  posee una distribución de probabilidad de Poisson  $P(\lambda t)$  si toma valores enteros positivos y

$$P(X; \lambda t) = (\lambda t)^X \frac{e^{-\lambda t}}{X!} \quad X \geq 0 \quad (1.13)$$

donde  $\lambda$  puede tomar cualquier valor  $\lambda \geq 0$ .

**Teorema 1.4:**  $P(X; \lambda t)$  es una función de probabilidad.

**Demostración:**

(i)  $\lambda > 0$  por ser un promedio de resultados por unidad de tiempo o espacio y por convención  $t \geq 0$ , entonces  $\lambda t > 0$ , además por definición  $X \geq 0$ , entonces  $(\lambda t)^X > 0$  y como  $e^{-\lambda t} > 0$  y  $X! > 0$ , también  $\frac{e^{-\lambda t}}{X!} > 0$  por tanto

$$(\lambda t)^X \frac{e^{-\lambda t}}{X!} = P(X; \lambda t) > 0$$

(ii) 
$$\sum_{x=0}^{\infty} P(X; \mu) = \sum_{x=0}^{\infty} (\mu)^x \frac{e^{-\mu}}{x!} = e^{-\mu} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\mu^x}{x!}$$

como

$$\sum_{x=0}^{\infty} \frac{a^x}{x!} = e^a$$

entonces

$$\sum_{x=0}^{\infty} P(X; \mu) = e^{-\mu} e^{\mu} = 1$$

Y así queda demostrado el teorema.

La media y la varianza de una distribución de Poisson, pueden ser estimadas usando el siguiente teorema.

**Teorema 1.5:** Si  $X$  es una variable aleatoria que posee una distribución de Poisson con parámetro  $\lambda t$ , entonces  $\mu = E(X) = \lambda t$  y  $\sigma^2 = Var(X) = \lambda t$ .

**Demostración:**

Por definición  $E(X) = \sum_x xp(x) = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!}$

El primer término de esta suma es  $0 \cdot \frac{(\lambda t)^0 e^{-\lambda t}}{0!} = 0$  así que

$$E(X) = \sum_{x=1}^{\infty} x \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!} = \sum_{x=1}^{\infty} \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{(x-1)!} = \lambda t \sum_{x=1}^{\infty} \frac{(\lambda t)^{x-1} e^{-\lambda t}}{(x-1)!}$$

Haciendo  $z = x - 1$  se tiene

$$E(X) = \lambda t \sum_{z=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^z e^{-\lambda t}}{z!}$$

Como por la definición (1.6)  $P(z) = \frac{(\lambda t)^z e^{-\lambda t}}{z!}$  y además  $\sum_{z=0}^{\infty} P(z) = 1$  entonces

$$E(X) = \lambda t \sum_{z=0}^{\infty} P(z) = \lambda t \cdot 1 = \lambda t \quad (1.14)$$

Como

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = E[(X - \mu)^2] = E[(X - \lambda t)^2] = E(X^2 - 2X\lambda t + (\lambda t)^2)$$

$$\sigma^2 = E(X^2) - 2\lambda t E(X) + E((\lambda t)^2) = E(X^2) - 2(\lambda t)^2 + (\lambda t)^2 = E(X^2) - (\lambda t)^2$$

$$\sigma^2 = \sum_{X=0}^{\infty} X^2 P(X) - (\lambda t)^2 = \sum_{X=0}^{\infty} X^2 \frac{(\lambda t)^X e^{-\lambda t}}{X!} - (\lambda t)^2$$

Por otro lado

$$X^2 = X(X - 1) + X$$

así que

$$\sigma^2 = \sum_{X=0}^{\infty} [X(X - 1) + X] \frac{(\lambda t)^X e^{-\lambda t}}{X!} - (\lambda t)^2$$

$$\sigma^2 = \sum_{X=0}^{\infty} X(X - 1) \frac{(\lambda t)^X e^{-\lambda t}}{X!} + \sum_{X=0}^{\infty} X \frac{(\lambda t)^X e^{-\lambda t}}{X!} - (\lambda t)^2$$

$$\sigma^2 = \sum_{X=0}^{\infty} X(X - 1) \frac{(\lambda t)^X e^{-\lambda t}}{X!} + E(X) - (\lambda t)^2$$

$$\sigma^2 = \sum_{X=0}^{\infty} X(X - 1) \frac{(\lambda t)^X e^{-\lambda t}}{X!} + (\lambda t) - (\lambda t)^2$$

Como  $X(X - 1) = 0$  si  $X = 0$  o  $X = 1$  podemos eliminar los dos primeros sumandos de la sumatoria, por lo que

$$\sigma^2 = \sum_{X=2}^{\infty} X(X - 1) \frac{(\lambda t)^X e^{-\lambda t}}{X!} + (\lambda t) - (\lambda t)^2 = \sum_{X=2}^{\infty} \frac{(\lambda t)^X e^{-\lambda t}}{(X - 2)!} + (\lambda t) - (\lambda t)^2$$

$$\sigma^2 = (\lambda t)^2 \sum_{X=2}^{\infty} \frac{(\lambda t)^{X-2} e^{-\lambda t}}{(X-2)!} + (\lambda t) - (\lambda t)^2$$

Haciendo  $Z = X - 2$ , se tiene

$$\sigma^2 = (\lambda t)^2 \sum_{Z=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^Z e^{-\lambda t}}{Z!} + (\lambda t) - (\lambda t)^2 = (\lambda t)^2 \sum_{Z=0}^{\infty} P(Z) + (\lambda t) - (\lambda t)^2$$

$$\sigma^2 = (\lambda t)^2 \cdot 1 + (\lambda t) - (\lambda t)^2 = \lambda t \quad (1.15)$$

Y queda así probado el teorema.

Por tanto, tendremos que la serie de tiempo  $\{t_i \ i = 1, \dots, n\}$  tiene media y varianza igual a  $\lambda t$ , donde  $\lambda$  es la tasa de ocurrencia de terremotos y  $t$  un espacio de tiempo definido por el investigador.

**Definición 1.7:** Se dice que un proceso estocástico  $\{N(t); t \geq 0\}$  es un proceso de conteo si representa el número de eventos ocurridos hasta el tiempo  $t$ , esto es, satisface:

$$N(0) \geq 0$$

$N(t)$  toma valores enteros.

Es no decreciente, si  $s < t$ , entonces  $N(s) \leq N(t)$ .

Para  $s < t$ ,  $N(t) - N(s)$  es igual al número de eventos que ocurrieron en el intervalo  $(s, t)$ .

La trayectoria de un proceso de conteo es la gráfica  $(t, N(t))$  para  $t \geq 0$ . Las trayectorias se toman de tal forma que sean continuas por la derecha y que tengan límite por la izquierda.

El modelo más aceptado para determinar la ocurrencia futura de terremotos es el proceso homogéneo de Poisson (Cárdenas *et al*, 2010, pág. 28) el cual se define a continuación.

**Definición 1.8:** Una colección de variables aleatorias  $\{N(t); t \geq 0\}$  se llama proceso de Poisson homogéneo si satisface las siguientes propiedades:

$P(N(0) = 0) = 1$ , esto es,  $N(0)$  es siempre 0.

$\forall 0 < s < t$   $N(t) - N(s)$  tiene distribución de Poisson de parámetro  $\lambda(t - s)$ .

$\forall 0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n, n \geq 1$  las variables aleatorias  $N(t_n) - N(t_{n-1}), \dots, N(t_2) - N(t_1), N(t_1)$  son independientes. Esta propiedad se conoce como propiedad de incrementos independientes.

Nótese que para  $\forall t \geq 0$ , la variable aleatoria  $N(t)$  tiene distribución de Poisson de parámetro  $\lambda t$ . Por (ii) tenemos que  $N(t) - N(0) \sim P(\lambda(t - 0))$ , y por (i) tenemos que  $N(0) \equiv 0$ , lo que nos dice que  $N(t) \sim P(\lambda t)$ .

Ahora,  $\forall 0 < s < t$  tenemos por (ii) que

$$N(t) - N(s) \sim P(\lambda(t - s))$$

y por lo anterior,

$$N(t - s) \sim P(\lambda(t - s)).$$

Podemos darnos cuenta que la distribución del incremento  $N(t) - N(s)$  y la de la variable aleatoria  $N(t - s)$  es la misma. Además esto nos dice que  $P(N(t) - N(s) \geq 0) = 1$ , pues

$$P(N(t) - N(s) \geq 0) = \sum_{k=0}^{\infty} P(N(t) - N(s) = k) = 1,$$

esto es, la distribución sólo depende de la longitud del intervalo  $t - s$ . Esta propiedad se conoce como propiedad de crecimientos estacionarios y garantiza que el proceso es no decreciente.

## Tiempos de llegada

**Definición 1.9:** Se denominan tiempos de llegada, los tiempos en los que ocurre un éxito.

Para poder visualizar la distribución de los tiempos de llegada, es necesario asociarles una variable aleatoria. Se quiere que el tiempo del primer éxito sea el  $t$  más pequeño para el que  $N(t) = 1$ , esto es, podemos definir el tiempo del primer éxito como

$$T_1 = \inf\{t \geq 0; N(t) = 1\}$$

Ahora, se quiere que dado un  $m \geq 1$  el  $m$ -ésimo tiempo de llegada sea el  $t$  más pequeño para el que  $N(t) = m$ , entonces se puede definir el tiempo del  $m$ -ésimo éxito de la misma forma que antes, pues el proceso es no decreciente,

$$T_m = \inf\{t \geq 0; N(t) = m\}$$

Un parámetro de interés es el llamado tiempo intereventos, esto es la sucesión de tiempos  $t_2 - t_1, t_3 - t_2, \dots, t_n - t_{n-1}$ , para estudiarlos con detalle recurrimos a la siguiente definición.

**Definición 1.10:** Se define el tiempo entre llegadas como:

$$\tau_1 = \inf\{s > t: N(s) - N(t) = 1\}$$

**Teorema 1.7:**  $\forall n \geq 1$  las variables aleatorias  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  son independientes y con la misma distribución exponencial  $E(\lambda)$ .

Demostración: Se hará por inducción completa.

Para  $n = 2$

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = P(T_1 \leq s_1, T_2 - T_1 \leq s_2) = P(T_1 \leq s_1, T_2 \leq s_2 + T_1)$$

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = P(T_1 \leq s_1, T_2 \leq s_1 + s_2) = P(N(s_1) \geq 1, N(s_1 + s_2) \geq 2)$$

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = \sum_{k_1=1}^{\infty} P(N(s_1) = k_1, N(s_1 + s_2) \geq 2)$$

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{\substack{k_2=2 \\ k_1 < k_2}}^{\infty} P(N(s_1) = k_1, N(s_1 + s_2) = k_2)$$

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=k_1+1}^{\infty} P(N(s_1) = k_1, N(s_1 + s_2) = k_2)$$

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=k_1+1}^{\infty} P(N(s_1) = k_1, N(s_1 + s_2) - N(s_1) = k_2 - k_1)$$

por incrementos independientes

$$\begin{aligned} P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) \\ = \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=k_1+1}^{\infty} P(N(s_1) = k_1) \cdot P(N(s_1 + s_2) - N(s_1) = k_2 - k_1) \end{aligned}$$

usando la propiedad de incrementos estacionarios

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=k_1+1}^{\infty} P(N(s_1) = k_1) \cdot P(N(s_2) = k_2 - k_1)$$

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} P(N(s_1) = k_1) \cdot P(N(s_2) = k_2)$$

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = \left( \sum_{k_1=1}^{\infty} P(N(s_1) = k_1) \right) \left( \sum_{k_2=1}^{\infty} P(N(s_2) = k_2) \right)$$

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = (1 - P(N(s_1) = 0))(1 - P(N(s_2) = 0))$$

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = (1 - e^{-\lambda s_1})(1 - e^{-\lambda s_2})$$

Como  $T_1 \sim E(\lambda)$ , entonces

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = P(T_1 \leq s_1)(1 - e^{-\lambda s_2}) = P(\tau_1 \leq s_1)(1 - e^{-\lambda s_2})$$

Del lado izquierdo de

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = (1 - e^{-\lambda s_1})(1 - e^{-\lambda s_2})$$

tenemos

$$\lim_{s_1 \uparrow \infty} P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = P(\tau_2 \leq s_2)$$

y como

$$\lim_{s_1 \uparrow \infty} P(\tau_1 \leq s_1) = 1$$

se tiene que

$$P(\tau_2 \leq s_2) = 1 - e^{-\lambda s_2} \quad \forall 0 < s_1 < \infty$$

$$\therefore \tau_2 \sim E(\lambda)$$

Entonces

$$P(\tau_1 \leq s_1, \tau_2 \leq s_2) = P(T_1 \leq s_1)P(\tau_2 \leq s_2)$$

así  $\tau_1$  y  $\tau_2$  son independientes y tienen la misma distribución exponencial  $E(\lambda)$ .

Para  $n \geq 2$

Supongamos que  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  son independientes y que  $\tau_1 \sim E(\lambda)$  para  $1 \leq i \leq n$ , esto es,  $\forall 0 < s_1 < s_2 < \dots < s_n < \infty$  tenemos que

$$P(\tau_1 \leq s_i; 1 \leq i \leq n) = \prod_{i=1}^n P(\tau_i \leq s_i) = \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda s_i})$$

Se quiere demostrar que  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n, \tau_{n+1}$  son independientes y que  $\tau_{n+1} \sim E(\lambda)$ . Sean ,  $0 < s_1 < s_2 < \dots < s_n < s_{n+1} < \infty$ , entonces

$$P(\tau_i \leq s_i; 1 \leq i \leq n+1) = P(T_i - T_{i-1} \leq s_i; 1 \leq i \leq n+1)$$

$$P(\tau_i \leq s_i; 1 \leq i \leq n+1) = P(T_i \leq s_i + T_{i-1}; 1 \leq i \leq n+1)$$

$$P(\tau_i \leq s_i; 1 \leq i \leq n+1) = P\left(T_i \leq s_i + \sum_{j=1}^{i-1} s_j; 1 \leq i \leq n+1\right)$$

$$P(\tau_i \leq s_i; 1 \leq i \leq n+1) = P\left(T_i \leq \sum_{j=1}^i s_j; 1 \leq i \leq n+1\right)$$

$$P(\tau_i \leq s_i; 1 \leq i \leq n+1) = P\left(N\left(\sum_{j=1}^i s_j\right) \geq i; 1 \leq i \leq n+1\right)$$

$$P(\tau_i \leq s_i; 1 \leq i \leq n+1) = \sum_{1 \leq k_1 < \dots < k_{n+1}} P\left(N\left(\sum_{j=1}^i s_j\right) \geq k_i; 1 \leq i \leq n+1\right)$$

$$\begin{aligned}
& P(\tau_i \leq s_1; 1 \leq i \leq n+1) \\
&= \sum_{1 \leq k_1 < \dots < k_{n+1}} P \left( N \left( \sum_{j=1}^i s_j \right) - N \left( \sum_{j=1}^{i-1} s_j \right) \geq k_i - \sum_{j=1}^{i-1} k_j; 1 \leq i \leq n+1 \right)
\end{aligned}$$

por incrementos independientes

$$\begin{aligned}
& P(\tau_i \leq s_1; 1 \leq i \leq n+1) \\
&= \sum_{1 \leq k_1 < \dots < k_{n+1}} \prod_{i=1}^{n+1} P \left( N \left( \sum_{j=1}^i s_j \right) - N \left( \sum_{j=1}^{i-1} s_j \right) \geq k_i - \sum_{j=1}^{i-1} k_j \right)
\end{aligned}$$

por incrementos estacionarios

$$P(\tau_i \leq s_1; 1 \leq i \leq n+1) = \sum_{1 \leq k_1 < \dots < k_{n+1}} \prod_{i=1}^{n+1} P \left( N(s_i) \geq k_i - \sum_{j=1}^{i-1} k_j \right)$$

haciendo cambio de variable

$$\begin{aligned}
P(\tau_i \leq s_1; 1 \leq i \leq n+1) &= \sum_{k_1, \dots, k_{n+1}=1}^{\infty} \prod_{i=1}^{n+1} P(N(s_i) \geq k_i) \\
&= \prod_{i=1}^{n+1} \left( \sum_{k=1}^{\infty} P(N(s_i) \geq k) \right) \\
P(\tau_i \leq s_1; 1 \leq i \leq n+1) &= \prod_{i=1}^{n+1} (1 - P(N(s_i) = 0)) = \prod_{i=1}^{n+1} (1 - e^{-\lambda s_i})
\end{aligned}$$

Y como por hipótesis se tiene que

$$P(\tau_1 \leq s_i; 1 \leq i \leq n) = \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda s_i})$$

entonces

$$P(\tau_i \leq s_1; 1 \leq i \leq n + 1) = \left( \prod_{i=1}^n P(\tau_i \leq s_i) \right) (1 - e^{-\lambda s_{n+1}})$$

Tomando límites de ambos lados

$$\lim_{\substack{s_1 \rightarrow \infty \\ 1 \leq i \leq n}} P(\tau_i \leq s_i; 1 \leq i \leq n + 1) = \lim_{\substack{s_1 \rightarrow \infty \\ 1 \leq i \leq n}} \prod_{i=1}^n P(\tau_i \leq s_i) (1 - e^{-\lambda s_{n+1}})$$

$$P(\tau_{n+1} \leq s_{n+1}) = 1 - e^{-\lambda s_{n+1}}$$

Por lo tanto:  $\forall n \geq 1$ , las variables aleatorias  $\tau_1, \dots, \tau_n$  son independientes y tienen la misma distribución exponencial  $E(\lambda)$ .

Como consecuencia de este teorema tenemos que los tiempos intereventos  $t_2 - t_1, t_3 - t_2, \dots, t_n - t_{n-1}$  son independientes y exponencialmente distribuidos. Así, su función de distribución acumulativa es

$$F = 1 - e^{-\lambda t} \quad (1.16)$$

y su probabilidad de ocurrencia sería

$$P = 1 - F = e^{-\lambda t} \quad (1.17)$$

### Tiempo de próxima ocurrencia

**Definición 1.11:** Dado un tiempo  $t$ , se denomina tiempo de próxima falla a

$$\phi_t = \inf\{s \geq 0; N(s + t) - N(t) = 1\}$$

al cual también se le llama tiempo de la primera falla a partir del tiempo  $t$ .

**Teorema 1.8:**  $\phi_t$  tiene distribución exponencial  $E(\lambda)$  independiente de  $t$ .

Demostración:

$$\text{Sea } g(s) = 1 - P(\phi_t \leq s) = P(\phi_t > s).$$

$$\text{Como además } \{\phi_t > s\} = \{\tau_t > t + s\} \quad \forall s < t$$

$$g(s + h) = P(\phi_t > s + h) = P(\tau_t > t + s + h)$$

$$g(s + h) = P(\tau_t > t + s, N(t + s + h) - N(t + s) = 0)$$

El evento  $\{\tau_t \leq s + t\}$  depende de lo que pasa hasta el tiempo  $t + s$  y por la propiedad de incrementos independientes, es independiente de lo que ocurre en el intervalo  $(t + s, t + s + h)$ . Esto nos dice que

$$\{\tau_t \leq s + t\} \text{ y } \{N(t + s + h) - N(t + s) = 0\} \text{ son independientes}$$

y por lo tanto

$$\{\tau_t > s + t\} \text{ y } \{N(t + s + h) - N(t + s) = 0\} \text{ también son independientes.}$$

Entonces se tiene

$$g(s + h) = P(\tau_t > t + s)P(N(t + s + h) - N(t + s) = 0)$$

$$g(s + h) = P(\phi_t > s)P(N(h) = 0) = g(s)e^{-\lambda h}$$

Así,

$$\frac{g(s + h) - g(s)}{h} = \frac{g(s)(e^{-\lambda h} - 1)}{h}$$

y tomando límites queda

$$g'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(s)(e^{-\lambda h} - 1)}{h} = g(s) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(e^{-\lambda h} - 1)}{h} = -\lambda g(s)$$

Como las únicas soluciones para  $g'(s) = -\lambda g(s)$  son de la forma

$$g(s) = ke^{-\lambda s} \quad k \in \mathbb{R},$$

y también que

$$g(0) = P(\phi_t > 0) = 1.$$

Entonces

$$P(\phi_t > s) = e^{-\lambda s},$$

por lo tanto,

$$P(\phi_t \leq s) = 1 - e^{-\lambda s} \quad s > 0$$

Esto es  $\forall t$   $\phi_t$  tiene distribución exponencial  $E(\lambda)$ .

Una consecuencia de la independencia asumida de los eventos sísmicos es lo que se conoce como la propiedad de pérdida de memoria.

**Definición 1.12:** Se dice que una variable aleatoria  $X$  tiene la propiedad de pérdida de memoria si  $P(X > t + s | X > s) = P(X > t)$ .

**Teorema 1.9:** Una variable aleatoria  $X$  con distribución exponencial de parámetro  $\lambda > 0$  tiene la propiedad de pérdida de memoria.

Demostración:

Como  $\forall t \geq 0$   $P(X > t) = e^{-\lambda t}$ , pues tenemos que

$$P(X \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Sean  $s, t \geq 0$ , entonces

$$P(T > t + s | T > s) = \frac{P(T > t + s, T > s)}{P(T > s)} = \frac{P(T > t + s)}{P(T > s)}$$

$$P(T > t + s | T > s) = \frac{e^{-\lambda(t+s)}}{e^{-\lambda s}} = e^{-\lambda t} = P(T > t).$$

Por lo tanto  $X \sim E(\lambda)$  tiene la probabilidad de pérdida de memoria.

### **Combinación de procesos de Poisson.**

Una propiedad importante de los procesos de Poisson se describe en el siguiente teorema:

**Teorema 1.9:** Sean  $\{N_1(t), t \geq 0\}$  y  $\{N_2(t), t \geq 0\}$  procesos de Poisson independientes con parámetros  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  respectivamente. Sea  $N(t) = N_1(t) + N_2(t), t \geq 0$ . Entonces  $\{N(t), t \geq 0\}$  es un proceso de Poisson de parámetro

$$\lambda_1 + \lambda_2$$

### **Demostración:**

Claramente  $N(0) \equiv 0$ .

Como  $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$  y  $X_i \sim P(\lambda_i)$ , entonces  $S_n \sim P(\sum_{i=1}^n \lambda_i)$

Entonces  $\forall t \geq 0$  tenemos que  $N(t) \sim P(t(\lambda_1 + \lambda_2))$ .

Además, si tenemos  $\{A_i\}$  y  $\{B_i\}$  dos sucesiones de variables aleatorias independientes, independientes entre sí, entonces  $\{A_i + B_i\}$  es una

sucesión de variables aleatorias independientes.

Así,  $N(t)$  tiene incrementos independientes, pues dados

$$t_0 = 0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$$

se tiene que

$$\{N_i(t_j) - N_i(t_{j-1}), j = 1, \dots, n\} \quad i = 1, 2 \text{ son independientes}$$

y por lo tanto

$$N(t_j) - N(t_{j-1}), j = 1, \dots, n \text{ también lo son.}$$

Por lo tanto  $\{N(t), t \geq 0\}$  es un proceso de Poisson de parámetro  $\lambda_1 + \lambda_2$ .

Generalizando el resultado del teorema anterior, tendremos entonces que la suma de  $k$  procesos independientes de Poisson con parámetros de ocurrencia  $\lambda_i \quad i = 1, \dots, k$  es también un proceso de Poisson con parámetro

$$\lambda_s = \sum_{i=1}^k \lambda_i \quad (1.18)$$

## CAPÍTULO II. LEYES DE RECURRENCIA Y EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

### MODELO DE GUTENBERG – RICHTER

El sismo del 29 de octubre del año 1900, el de más alta magnitud observada en esta investigación, (7,7 Mw.), cierra el registro de sismos históricos que han afectado a la ciudad de Cumaná. Aunque su epicentro estuvo bastante lejano de la ciudad y sus efectos destructivos no superaron los de otros sismos de menor magnitud, su ocurrencia obliga a reflexionar sobre una de las más desafiantes interrogantes científicas. ¿Cómo caracterizar matemáticamente la recurrencia de los terremotos?

Beno Gutenberg y Charles Richter estudiaron la relación entre la frecuencia de ocurrencia y la magnitud de un terremoto, publicando en 1944 y en 1954 sus investigaciones donde expusieron que para un período de tiempo determinado y en una cierta zona de estudio, existe un intervalo acotado entre una magnitud mínima ( $M_{mín}$ ) y una magnitud máxima ( $M_{máx}$ ) donde la relación entre el logaritmo de la frecuencia y la magnitud es lineal y tiene la forma:

$$\log N(m) = a - b \cdot m \quad (2.1)$$

donde  $m$  es la magnitud del sismo,  $N(m)$  es la frecuencia acumulativa de terremotos mayores o iguales a  $m$ ,  $a$  representa el logaritmo de base 10 del número acumulado de sismos con  $m$  mayor o igual que cero en un determinado período de tiempo,  $b$  es una constante positiva, la cual mide el número relativo de grandes sismos en comparación con sismos pequeños. (Pia, 2013, págs. 33 y 34).

La ecuación (2.1) puede también expresarse de la siguiente manera:

$$N(m) = 10^{a-b \cdot m} \quad (2.2)$$

Así:

$$\ln(N(m)) = \ln(10^{a-b \cdot m}) = (a - b \cdot m) \ln(10) = a \cdot \ln(10) - b \ln(10) \cdot m$$

Haciendo  $\alpha = a \cdot \ln(10)$ ,  $\beta = b \cdot \ln(10)$  se tiene

$$\ln(N(m)) = \alpha - \beta \cdot m$$

lo cual lleva a la expresión

$$N(m) = e^{\alpha - \beta \cdot m}$$

De manera que para el intervalo  $[M_{\min} \ M_{\max}]$  la ecuación de Gutenberg Richter se puede escribir de la siguiente manera:

$$\lambda(m) = e^{\alpha - \beta \cdot m} \quad (2.3)$$

**Definición 2.1:**  $\lambda(m)$  tal y como se define en la ecuación 2.3, es la tasa acumulada de sismos de magnitud mayor o igual a una magnitud  $m$ , en el intervalo  $[M_{\min} \ M_{\max}]$ .

Puede observarse que

$$\lambda(m) = e^{(\alpha - \beta m)} = e^{\alpha} \cdot e^{-\beta m}$$

Sumando y restando la magnitud mínima considerada  $M_{\min}$

$$\lambda(m) = e^{\alpha} \cdot e^{-\beta(m + M_{\min} - M_{\min})} = e^{\alpha} \cdot e^{-\beta(m - M_{\min})} \cdot e^{-\beta M_{\min}}$$

$$\lambda(m) = e^{\alpha - \beta M_{\min}} \cdot e^{-\beta(m - M_{\min})}$$

Haciendo

$$\lambda_{M_{\min}} = e^{\alpha - \beta M_{\min}}$$

Entonces

$$\lambda(m) = \lambda_{M_{\min}} \cdot e^{-\beta(m - M_{\min})} \quad (2.4)$$

La función de distribución de probabilidad se halló de la siguiente manera (Quinde y Reinoso, 2016, pág. 9)

$$F(m) = P[m < M | m > M_{\min}] = \frac{\lambda_{M_{\min}} - \lambda(m)}{\lambda_{M_{\min}}}$$

$$F(m) = \frac{\lambda_{M_{\min}} - \lambda_{M_{\min}} \cdot e^{-\beta(m - M_{\min})}}{\lambda_{M_{\min}}} = 1 - e^{-\beta(m - M_{\min})} \quad (2.5)$$

La función de densidad, se dedujo diferenciando  $F(m)$

$$f(m) = \frac{d(F(m))}{dm} = \beta e^{-\beta(m - M_{\min})} \quad (2.6)$$

Relacionando las ecuaciones 2.4 y 2.5 se tiene

$$\lambda(m) = \lambda_{M_{\min}} (1 - F(m)) \quad (2.7)$$

Al integrar la función 2.6 en los límites de truncamiento  $[M_{\min} \quad M_{\max}]$  se obtiene un valor diferente de la unidad:

$$\int_{M_{\min}}^{M_{\max}} f(m) dm = \int_{M_{\min}}^{M_{\max}} \beta e^{-\beta(m - M_{\min})} dm$$

$$\int_{M_{\min}}^{M_{\max}} f(m) dm = -[e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})} - e^{-\beta(M_{\min} - M_{\min})}] = -[e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})} - 1]$$

$$\int_{M_{\min}}^{M_{\max}} f(m) dm = 1 - e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})} = C \neq 1$$

Así  $f(m)$  no es una función de probabilidad en si. Por este motivo, es necesario aplicar una serie de variaciones al modelo.

Estas variaciones son las que generan los modelos GR Truncado y GR Modificado.

### Modelo GR truncado

Este modelo se obtiene sumando a la función de densidad una constante  $k_2$ , la cual se multiplica por una función Delta de Dirac, en el punto  $M_{\max}$ , que obligue a que su integral entre los límites  $M_{\min}$  y  $M_{\max}$  sea 1.

Función de densidad  $f(m)$

$$f(m) = \beta e^{-\beta(m - M_{\min})} + k_2 \delta(m - M_{\max})$$

Donde  $k_2$  es una constante y  $\delta(m - M_{\max})$  es la función de la delta de Dirac en el punto de magnitud máxima  $M_{\max}$ . En este punto se supone una acumulación de probabilidad en el extremo derecho de la recta.  $k_2$  se obtiene de la siguiente manera:

$$k_2 = (1 - C) = e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})}$$

Luego la función de densidad queda

$$f(m) = \beta e^{-\beta(m - M_{\min})} + e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})} \cdot \delta(m - M_{\max})$$

$$f(m) = \beta e^{-\beta(m - M_{\min})} + e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})} \cdot \delta(m - M_{\max}) \quad (2.8)$$

Al integrar ahora la función de densidad de probabilidad de magnitud  $f(m)$

entre  $M_{mín}$  y  $M_{máx}$  se obtiene la unidad.

$$\begin{aligned}\int_{M_{mín}}^{M_{máx}} f(m)dm &= \int_{M_{mín}}^{M_{máx}} \beta e^{-\beta(m-M_{mín})} dm + e^{-\beta(M_{máx}-M_{mín})} \cdot \delta(m - M_{máx}) dm \\ &= \int_{M_{mín}}^{M_{máx}} \beta e^{-\beta(m-M_{mín})} dm + e^{-\beta(M_{máx}-M_{mín})} \int_{M_{mín}}^{M_{máx}} \delta(m - M_{máx}) dm\end{aligned}$$

$$\int_{M_{mín}}^{M_{máx}} f(m)dm = -(e^{-\beta(M_{máx}-M_{mín})} - e^{-\beta(M_{mín}-M_{mín})}) + e^{-\beta(M_{máx}-M_{mín})}$$

$$\int_{M_{mín}}^{M_{máx}} f(m)dm = (1 - e^{-\beta(M_{máx}-M_{mín})}) + e^{-\beta(M_{máx}-M_{mín})} = 1$$

A partir de esta función se determina la función de distribución de probabilidad  $F(m)$ , integrando la función de densidad.

Función de distribución de probabilidad

$$F(m) = \int_{M_{mín}}^m \beta e^{-\beta(m-M_{mín})} + e^{-\beta(M_{máx}-M_{mín})} \cdot \delta(m - M_{máx}) dm$$

$$F(m) = \beta \int_{M_{mín}}^m e^{-\beta(m-M_{mín})} dm + e^{-\beta(M_{máx}-M_{mín})} \cdot \int_{M_{mín}}^m \delta(m - M_{máx}) dm$$

La integral de Delta de Dirac vale la unidad únicamente cuando  $m = M_{máx}$ , para valores diferentes de la magnitud vale cero. Con esta acotación se tiene

$$F(m) = \begin{cases} 1 - e^{-\beta(m-M_{mín})} & \text{si } m < M_{máx} \\ (1 - e^{-\beta(M_{máx}-M_{mín})}) + e^{-\beta(M_{máx}-M_{mín})} = 1 & \text{si } m = M_{máx} \end{cases} \quad (2.9)$$

Tasa acumulada de sismos

$$\lambda(m) = \lambda_{M_{\min}} \cdot [1 - F(m)]$$

$$\lambda(m) = \lambda_{M_{\min}} \cdot \left[ 1 - \begin{cases} 1 - e^{-\beta(m-M_{\min})} & \text{si } m < M_{\max} \\ (1 - e^{-\beta(M_{\max}-M_{\min})}) + e^{-\beta(M_{\max}-M_{\min})} = 1 & \text{si } m = M_{\max} \end{cases} \right]$$

De donde se obtiene

$$\lambda(m) = \lambda_{M_{\min}} \cdot \begin{cases} e^{-\beta(m-M_{\min})} & \text{si } m < M_{\max} \\ 0 & \text{si } m = M_{\max} \end{cases} \quad (2.10)$$

### Modelo GR modificado

En este caso, la función de probabilidad de ocurrencia de diferentes magnitudes se multiplica por una constante  $k_1$  que haga que la integral valga la unidad. Esto es,

$$f(m) = k_1 \cdot \beta e^{-\beta(m-M_{\min})}$$

donde

$$k_1 = \frac{1}{C} = \frac{1}{(1 - e^{-\beta(M_{\max}-M_{\min})})}$$

Al reemplazar en la ecuación se tiene la función densidad:

$$f(m) = \frac{1}{(1 - e^{-\beta(M_{\max}-M_{\min})})} \cdot \beta e^{-\beta(m-M_{\min})}$$

$$f(m) = \frac{\beta}{(1 - e^{-\beta(M_{\max}-M_{\min})})} \cdot e^{-\beta(m-M_{\min})} \quad (2.11)$$

Puede demostrarse que la integral de la función de densidad entre los límites

de magnitud mínima y máxima vale la unidad.

$$\int_{M_{\min}}^{M_{\max}} f(m) dm = \int_{M_{\min}}^{M_{\max}} \frac{\beta}{(1 - e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})})} \cdot \beta e^{-\beta(m - M_{\min})} dm$$

$$\int_{M_{\min}}^{M_{\max}} f(m) dm = \frac{\beta}{(1 - e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})})} \int_{M_{\min}}^{M_{\max}} e^{-\beta(m - M_{\min})} dm$$

$$\int_{M_{\min}}^{M_{\max}} f(m) dm = \frac{\beta}{(1 - e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})})} \cdot \frac{1}{-\beta} (e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})} - e^{-\beta(M_{\min} - M_{\min})})$$

$$\int_{M_{\min}}^{M_{\max}} f(m) dm = \frac{\beta}{(1 - e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})})} \cdot \frac{(1 - e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})})}{\beta} = 1$$

Esto legitima la función de densidad descrita. Con este resultado se calcula la función de distribución de probabilidad  $F(m)$ .

Función de distribución de probabilidad  $F(m)$

$$F(m) = \int_{M_{\min}}^m f(m) dm = \int_{M_{\min}}^m \frac{\beta}{(1 - e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})})} \cdot e^{-\beta(m - M_{\min})} dm$$

$$F(m) = \frac{\beta}{(1 - e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})})} \int_{M_{\min}}^m e^{-\beta(m - M_{\min})} dm$$

$$F(m) = \frac{\beta}{(1 - e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})})} \cdot \frac{1}{-\beta} (e^{-\beta(m - M_{\min})} - 1)$$

$$F(m) = \frac{(1 - e^{-\beta(m - M_{\min})})}{(1 - e^{-\beta(M_{\max} - M_{\min})})} \quad (2.12)$$

Tasa acumulada de sismos  $\lambda(m)$

$$\lambda(m) = \lambda_{M_{\min}} \cdot [1 - F(m)]$$

$$\lambda(m) = \lambda_{M_{\min}} \cdot \left[ 1 - \frac{(1 - e^{-\beta(m-M_{\min})})}{(1 - e^{-\beta(M_{\max}-M_{\min})})} \right]$$

Dado que  $e^{-\beta M_{\min}} \cdot e^{\beta M_{\min}} = 1$ , se obtiene

$$\lambda(m) = \lambda_{M_{\min}} \cdot \left[ 1 - \frac{(e^{-\beta M_{\min}} \cdot e^{\beta M_{\min}} - e^{-\beta(m-M_{\min})})}{(e^{-\beta M_{\min}} \cdot e^{\beta M_{\min}} - e^{-\beta(M_{\max}-M_{\min})})} \right]$$

$$\lambda(m) = \lambda_{M_{\min}} \cdot \left[ 1 - \frac{e^{\beta M_{\min}} (e^{-\beta M_{\min}} - e^{-\beta m})}{e^{\beta M_{\min}} (e^{-\beta M_{\min}} - e^{-\beta M_{\max}})} \right]$$

$$\lambda(m) = \lambda_{M_{\min}} \cdot \left[ 1 - \frac{(e^{-\beta M_{\min}} - e^{-\beta m})}{(e^{-\beta M_{\min}} - e^{-\beta M_{\max}})} \right]$$

$$\lambda(m) = \lambda_{M_{\min}} \cdot \left[ \frac{e^{-\beta M_{\min}} - e^{-\beta M_{\max}} - e^{-\beta M_{\min}} + e^{-\beta m}}{(e^{-\beta M_{\min}} - e^{-\beta M_{\max}})} \right]$$

$$\lambda(m) = \lambda_{M_{\min}} \cdot \left[ \frac{e^{-\beta m} - e^{-\beta M_{\max}}}{(e^{-\beta M_{\min}} - e^{-\beta M_{\max}})} \right] \quad (2.13)$$

### Probabilidad de excedencia

Siguiendo el método utilizado por (Valladares, 2013, pág. 14) la ecuación 2.1 puede relacionarse con la tasa de ocurrencia anual de eventos sísmicos  $\gamma$  a través de la ecuación

$$\gamma = \alpha \cdot e^{-\beta m} \quad (2.14)$$

donde  $\gamma$  es el número de veces que se excede un valor prefijado en un año.

De la ecuación (1.17) tenemos que

$$P(M > m) = 1 - e^{-\lambda t}$$

con  $\lambda$  el número de eventos por unidad de tiempo. Si se toma la unidad de tiempo como 1 año, entonces  $\lambda = \gamma$ .

Así, la probabilidad anual de excedencia en el intervalo  $[M_{\text{mín}} \ M_{\text{máx}}]$  viene dada por

$$P(M > m) = 1 - e^{-\gamma t} \quad (2.15)$$

Para esta investigación se calcularon las probabilidades de excedencia para  $t = 30$ ,  $t = 50$ ,  $t = 100$  y  $t = 250$  años.

### **Períodos de retorno**

El período de retorno, también llamado intervalo de recurrencia  $T$ , es el tiempo promedio en el cual un sismo de magnitud  $m$  va a ser igualado o superado en al menos una ocasión.

**Definición 2.2:** Sea  $P$  la probabilidad de ocurrencia de un evento determinado en un tiempo determinado, entonces

$$T = 1/P \quad (2.16)$$

es el periodo de retorno del evento o su intervalo de recurrencia.

Sea  $P$  la probabilidad de ocurrencia de un sismo de una determinada magnitud en un tiempo determinado, entonces  $1 - P$  es la probabilidad de no ocurrencia del sismo. Si se supone que los terremotos son sucesos que no están correlacionados en el tiempo, entonces dado que las probabilidades son independientes de un período a otro, la probabilidad de que tal evento no ocurra durante  $n$  periodos consecutivos de tiempo es

$$\prod_{i=1}^n (1 - P) = (1 - P)^n$$

Por tanto, la probabilidad de que ocurra al menos un sismo en esos  $n$  períodos de tiempo es  $P_n = 1 - (1 - P)^n$ .

Como por definición  $T = 1/P$  entonces obtenemos

$$P_n = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n \quad (2.17)$$

como la probabilidad de que un evento con determinado periodo de retorno  $T$  suceda durante los siguientes  $n$  períodos de tiempo.

## MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

El método de mínimos cuadrados es una técnica de análisis numérico en la que dado un conjunto de pares ordenados, se busca hallar la recta que mejor se ajuste a dichos datos.

El criterio que se utiliza es que las diferencias entre los valores observados y los puntos correspondientes en la recta ajustada sean lo más pequeñas posibles. Para ello se minimiza la suma de cuadrados de las desviaciones verticales a partir de la recta ajustada.

Sean  $(x_i, y_i)$   $i = 1, \dots, n$  el conjunto de  $n$  pares ordenados a los que deseamos encontrar la recta que mejor se ajuste. Sea  $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$  la ecuación general de la recta que mejor se ajusta a dichos puntos, donde  $\varepsilon$  tiene alguna distribución de probabilidad con  $E(\varepsilon) = 0$ . Si  $\hat{\beta}_0$  y  $\hat{\beta}_1$  son estimadores de los parámetros  $\beta_0$  y  $\beta_1$ , entonces  $\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$  es un estimador de  $E(Y)$ .

## Estimación de parámetros

$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$  es el valor pronosticado del i-ésimo valor de  $y$  cuando  $x = x_i$ , entonces la desviación del valor observado de  $y_i$  es  $y_i - \hat{y}_i$ . La suma de los cuadrados de las desviaciones a minimizar es

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)]^2 \quad (2.17)$$

donde SSE = suma de cuadrados del error,  $n$  = número de puntos.

Para hallar el mínimo de la ecuación 2.17, debemos resolver las ecuaciones  $\frac{\partial SSE}{\partial \hat{\beta}_0} = 0$  y  $\frac{\partial SSE}{\partial \hat{\beta}_1} = 0$ .

$$\frac{\partial SSE}{\partial \hat{\beta}_0} = \frac{\partial \left\{ \sum_{i=1}^n [y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)]^2 \right\}}{\partial \hat{\beta}_0} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left\{ [y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)]^2 \right\}}{\partial \hat{\beta}_0}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial SSE}{\partial \hat{\beta}_0} &= \sum_{i=1}^n 2[y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)] \cdot \frac{\partial [y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)]}{\partial \hat{\beta}_0} \\ &= \sum_{i=1}^n 2[y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)] \cdot (-1) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial SSE}{\partial \hat{\beta}_0} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)] = -2 \left( \sum_{i=1}^n y_i - n \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i \right) = 0$$

Además,

$$\frac{\partial SSE}{\partial \hat{\beta}_1} = \frac{\partial \left\{ \sum_{i=1}^n [y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)]^2 \right\}}{\partial \hat{\beta}_1} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \left\{ [y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)]^2 \right\}}{\partial \hat{\beta}_1} \frac{\partial SSE}{\partial \hat{\beta}_1}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial SSE}{\partial \hat{\beta}_1} &= \sum_{i=1}^n 2[y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)] \cdot \frac{\partial [y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)]}{\partial \hat{\beta}_1} \\ &= \sum_{i=1}^n 2[y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)] \cdot (x_i)\end{aligned}$$

$$\frac{\partial SSE}{\partial \hat{\beta}_1} = 2 \sum_{i=1}^n [y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)] x_i = 2 \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) = 0$$

Obtenemos así las ecuaciones de mínimos cuadrados

$$\sum_{i=1}^n y_i - n\hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$

A estas dos ecuaciones se les denominan ecuaciones normales.

Dividiendo la primera ecuación entre  $n$  se tiene

$$\frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 0$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \hat{\beta}_1 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2.18)$$

Sustituyendo estos valores en la segunda ecuación se tiene

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i - \left( \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \hat{\beta}_1 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right) \sum_{i=1}^n x_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta}_1 \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$

$$\hat{\beta}_1 \left[ \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} - \sum_{i=1}^n x_i^2 \right] = \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n} - \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n} - \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} - \sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}$$

De aquí se obtiene

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} \quad (2.19)$$

### Coeficiente de correlación

El coeficiente de correlación mide la proximidad del ajuste de la recta obtenida a los valores observados de  $y$ .

**Definición 2.3:**  $\rho_{xy}$  es una medida estadística que mide el grado de intensidad y el sentido de la relación entre dos variables. A  $\rho_{xy}$  se le conoce como coeficiente de correlación lineal de Pearson y su valor es:

$$\rho_{xy} = \frac{cov_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (2.20)$$

$\rho_{xy} \in [-1 \ 1]$ . Cuando  $\rho_{xy} = -1$  se dice que hay una perfecta

correlación negativa, si  $\rho_{xy} = 0$  entonces no existe correlación entre  $x$  e  $y$ , si  $\rho_{xy} = 1$  se dice que hay una perfecta correlación positiva.

El coeficiente de correlación también puede calcularse utilizando los valores obtenidos en el procedimiento para estimar  $\hat{\beta}_0$  y  $\hat{\beta}_1$ .

$$\rho_{xy} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i) \cdot (\sum_{i=1}^n y_i)}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \cdot \sqrt{n \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2}} \quad (2.21)$$

### Dispersión de los valores de $a$ y $b$

La ecuación (2.1)  $\log N(m) = a - b \cdot m$  puede escribirse en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \log N(m_1) \\ \log N(m_2) \\ \vdots \\ \log N(m_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & m_1 \\ 1 & m_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & m_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ -b \end{bmatrix}$$

$$L = A \cdot x$$

De esta forma puede calcularse la desviación estándar de  $a$  y  $b$  a través de la matriz de covarianza.

$$\Sigma = (A^t \cdot A)^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & \sigma_{ab} \\ \sigma_{ba} & \sigma_b^2 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

En esta investigación utilizaremos la desviación estándar como la medida para cuantificar la variación o dispersión de los datos obtenidos.

Partiendo de la ecuación (2.21) pueden obtenerse los errores absolutos de  $a$  y  $b$  a través de las relaciones

$$E_a = \frac{\sigma_a}{\sqrt{n}} \quad E_b = \frac{\sigma_b}{\sqrt{n}} \quad (2.23)$$

De manera que

$$a \in [\hat{\beta}_0 - E_a, \hat{\beta}_0 + E_a, ] \text{ y } b \in [-\hat{\beta}_1 - E_b, -\hat{\beta}_1 + E_b, ] \quad (2.24)$$

### CAPÍTULO III. CONSTRUCCIÓN DE LAS CURVAS DE PELIGROSIDAD

#### MARCO TECTÓNICO.

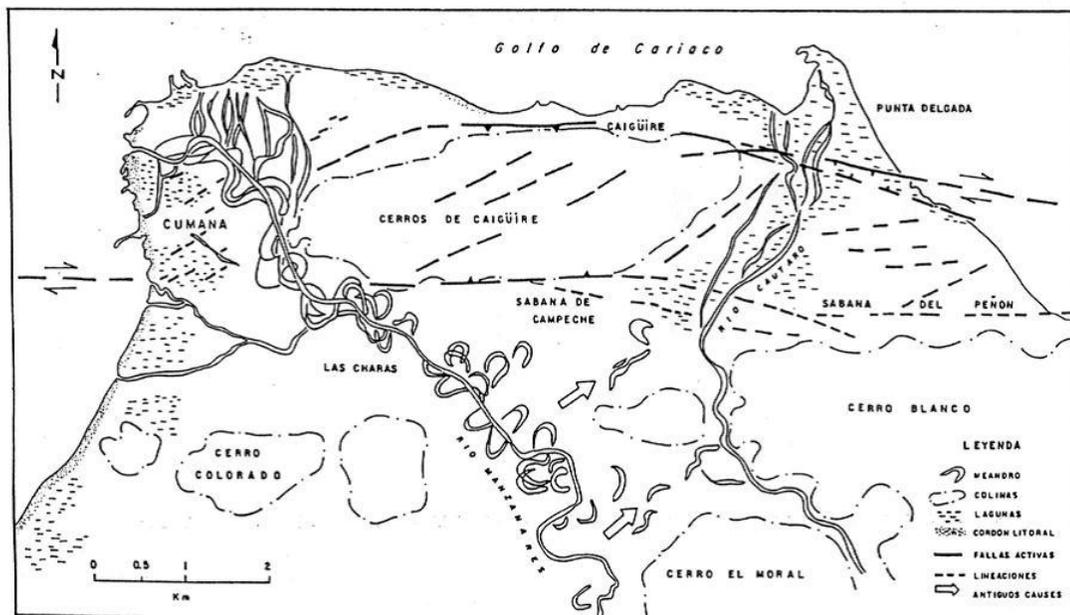
La ciudad de Cumaná está ubicada al nororiente de Venezuela, es la capital del estado Sucre y su sismicidad está influenciada por dos sistemas tectónicos. Como puede visualizarse en la figura 1, el primero está conformado por el sistema de fallas rumbodeslizantes dextrales El Pilar-Casanay, de orientación Este-Oeste, que coexiste con una serie de fallas inversas de rumbo Noreste-Suroeste, y con una serie de fallas rumbodeslizantes dextrales de orientación Noroeste, entre ellas las fallas de El Soldado y Los Bajos en el Golfo de Paria, entre el Noreste de Venezuela y Trinidad. El segundo sistema está caracterizado por una porción de litósfera de origen incierto que podría ser parte de la Placa Suramericana o de la placa Atlántica que está subduciendo en sentido Noroeste por debajo de Trinidad y la Península de Paria. (Pérez y Mendoza, 1998, pág. 102).



**Figura 1.** Sistemas tectónicos que influyen la ciudad de Cumaná.

Altez y Audemard, 2008

La sismicidad de la ciudad, se ve influenciada por el alto nivel freático de sus suelos debido a la presencia del río Manzanares, sus características geológicas en las que predominan las terrazas aluviales, depósitos de canal y sedimentos de deltas dominados por las mareas, (ver figura 2), además de su crecimiento poblacional vertiginoso, las carencias de planificación urbana y de gestión de riesgos para las áreas donde se ha ido asentando la población, la ausencia de protocolos de respuesta para atender eventos que pudieran convertirse en desastres y el desconocimiento de algunos aspectos relativos a la peligrosidad sísmica de la ciudad. Todos estos elementos enmarcan la urgencia para acometer estudios que sustenten la toma de acciones y decisiones antes de que la ciudad sea impactada de nuevo por un sismo con potencial para causar daños. (Rivera, 2017, págs. 54 y 55).



**Figura 2.** Mapa geomorfológico de Cumaná. Beltrán y Rodríguez, 1995

Cumaná, está ubicada espacialmente en los  $10^{\circ}27'14''$  de latitud norte ( $10,45^{\circ}$  en grados decimales) y  $64^{\circ}10'57''$  de longitud oeste ( $-64,18^{\circ}$ ) y tiene

una altitud promedio de 4 metros sobre el nivel del mar.

Para esta investigación se toma como área de estudio un radio de 300 Km. alrededor de la ciudad, la cual es la distancia que se utiliza para regular los estudios del área donde se prevé localizar una estructura ingenieril crítica. Tomando como valores de referencia  $1^\circ$  latitud = 111,1 Km. y  $1^\circ$  longitud = 111,32 Km., el área de estudio se circunscribe a una región ubicada entre los  $7^\circ$  y  $13^\circ$  de latitud y entre los  $-61^\circ$  y  $-67^\circ$  de longitud.

## **CATÁLOGO SÍSMICO**

Se utilizó un catálogo sísmico tomado de la investigación de Rivera, 2017; cuya información sismológica instrumental se obtuvo de los boletines del Centro de Sismología de la UDO (CSUDO), de la Fundación Venezolana de Investigaciones Sísmicas (FUNVISIS) y de otras instituciones científicas para el período comprendido entre 1776 y enero de 2016. El catálogo incluye los sismos no instrumentales recopilados por diversos autores. Al catálogo se le realizó la depuración de los sismos que carecían de localización y fecha, también los eventos duplicados; la homogeneización de magnitudes, el filtrado de réplicas y el análisis de completitud; además se eliminaron los sismos con magnitud inferior a 4 por considerar que no contribuyen de manera significativa en el cálculo de la peligrosidad.

Luego, se seleccionaron los sismos con epicentros ocurridos entre las coordenadas  $-61^\circ$  y  $-67^\circ$  de longitud y entre los  $7^\circ$  y los  $13^\circ$  de latitud, el cual es el polígono de coordenadas que delimita el área bajo estudio. Se obtuvo un total de 840 sismos instrumentales y 7 sismos históricos. Posteriormente, se subdividió el conjunto de datos considerando la profundidad de los hipocentros: 306 sismos superficiales (0 – 30 Km.); 225 sismos de profundidad intermedia, (30 – 70 Km.); 316 sismos profundos, (296 entre 70 – 150 Km. y 20 entre 150 – 200 Km.).

## DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE LA SISMICIDAD

### Sismicidad histórica

El registro instrumental de los sismos inicia en Venezuela a partir del año 1910; para los sismos ocurridos antes de esa fecha, se tienen datos históricos descriptivos. Partiendo del año 1530, los sismos no instrumentales que afectaron significativamente a la ciudad y cuyos parámetros principales han sido elucidados por diferentes investigaciones están listados en la tabla 1 y graficados en la figura 3. (Catálogo sísmico realizado por Rivera, 2017).

Tabla 1. Sismos históricos que influenciaron la ciudad de Cumaná

Fecha	Latitud	Longitud	Prof. (Kms)	Magnitud	Intensidad M.M
01/09/1530	10,70	- 64,10			X
01/01/1629	9,50	-64,38		6,3	VIII
04/05/1684	10,60	-66,90	6,00	6,5	VIII
21/10/1766	7,40	-62,50		7,5	X
09/10/1794	10,47	-64,17			VIII
14/12/1797	10,70	-64,10		6,3	IX
15/07/1853	10,50	- 64,20	14,00	6,9	IX
17/01/1929	10,50	-64,50	35,00	6,8	IX

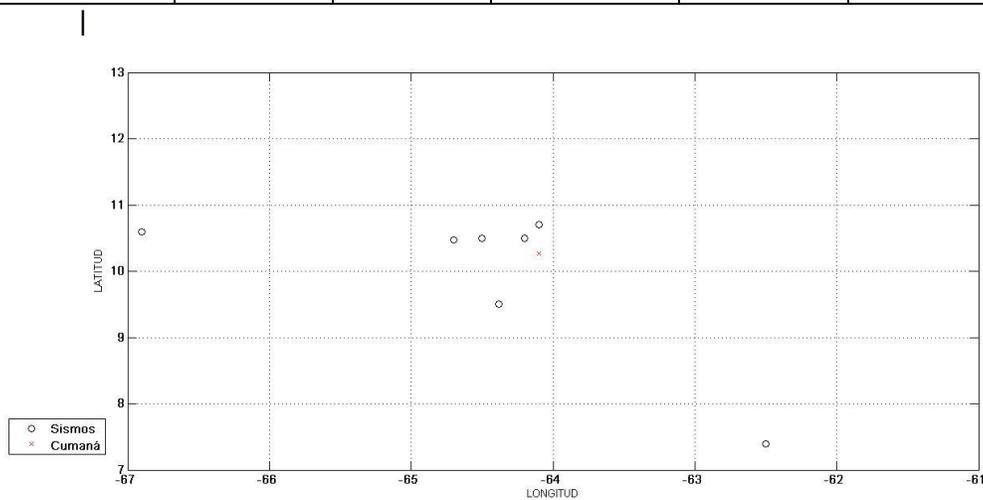


Figura 3. Sismos no instrumentales, derivados de estudios históricos

## Sismicidad entre 0 y 30 Kms de profundidad

La figura 4 muestra la sismicidad superficial registrada.

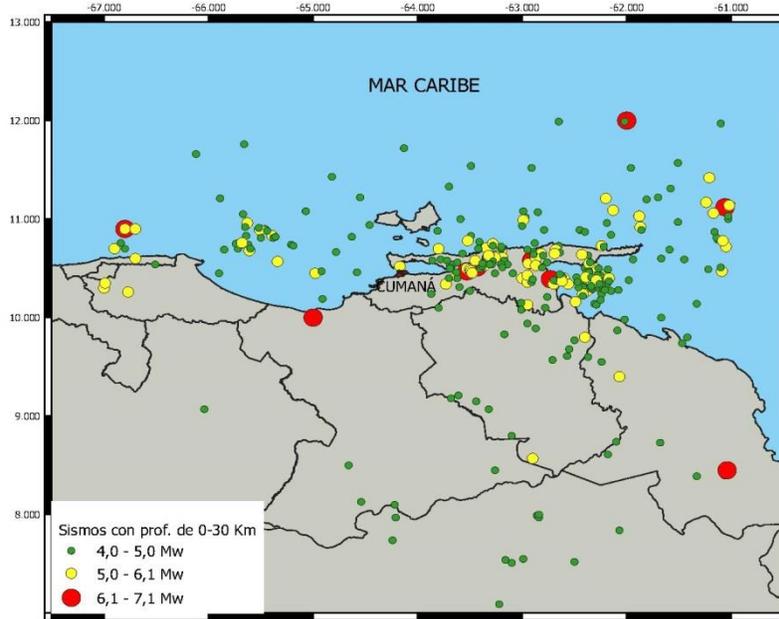


Figura 4. Sismicidad superficial (0 a 30 Kms) en el nororiente de Venezuela. Elaborado por la investigadora Ysimar Rivera

Entre 0 y 30 kms de profundidad se ubican 307 focos de sismos, de los cuales, 195 están en el intervalo  $4,0 \leq M_w < 5,0$ ; 92 en el intervalo  $5,0 \leq M_w < 6,0$  y 20 son de magnitud  $M_w \geq 6,0$ .

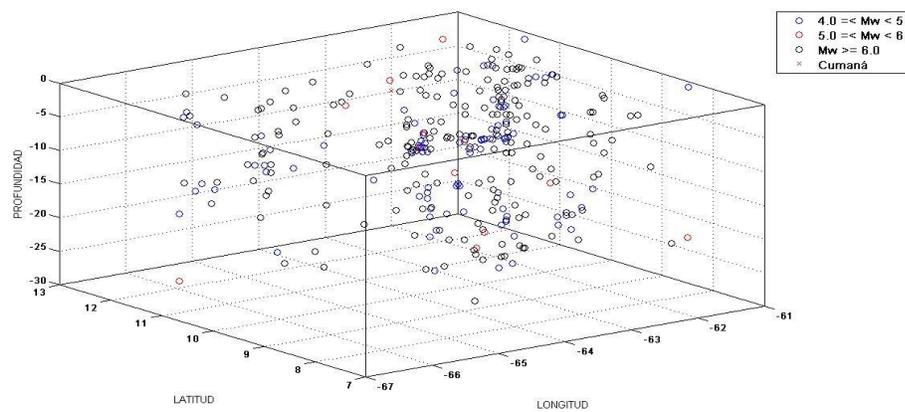
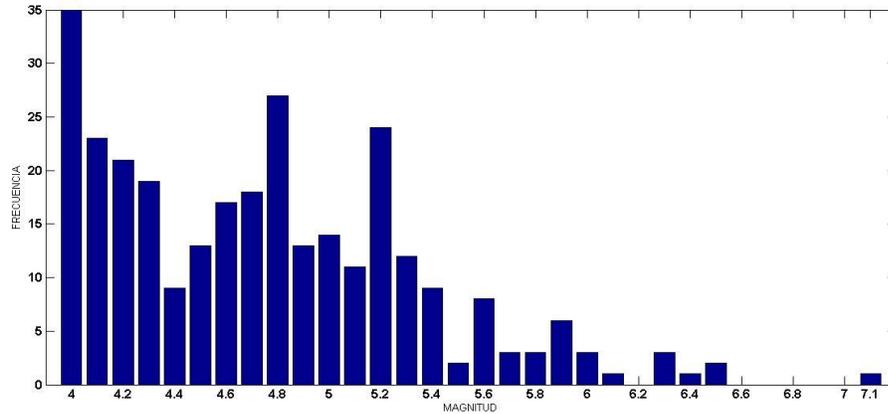


Figura 5. Distribución de sismos con hipocentros entre 0 y 30 Kms

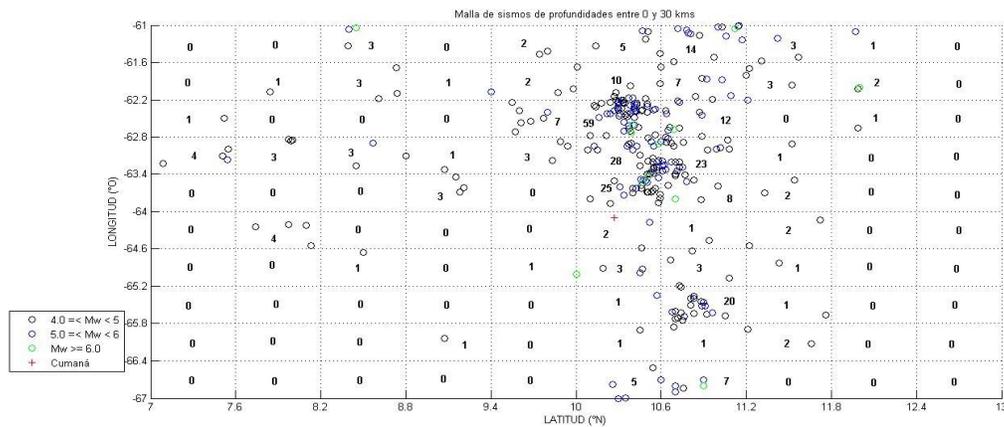
Un gráfico de barras, muestra la distribución de los sismos, comparando su magnitud con su frecuencia de ocurrencia.



**Figura 6.** Diagrama para sismos entre 0 y 30 Kms de profundidad

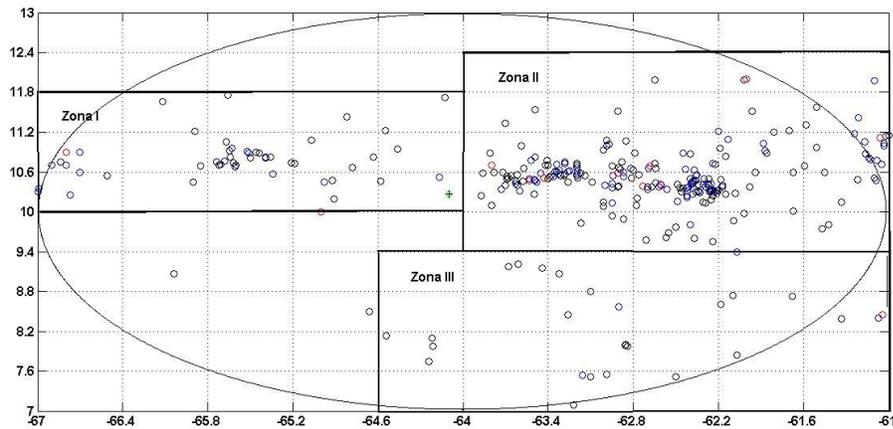
Se observó que la mayor actividad sísmica se ubicó entre las magnitudes 4 y 5.4, a partir de allí hay poca actividad sísmica. La más alta densidad de sismos estuvo entre las magnitudes 4 a 4.3.

Para visualizar la densidad sísmica, se creó una malla bidimensional:



**Figura 7.** Malla de sismos con hipocentros entre 0 y 30 Kms

A partir de las zonas de mayor densidad sísmica y tomando en cuenta los sismos históricos, la geología de la zona y la magnitud de los sismos se determinan las zonas sismogénicas I, II y III.

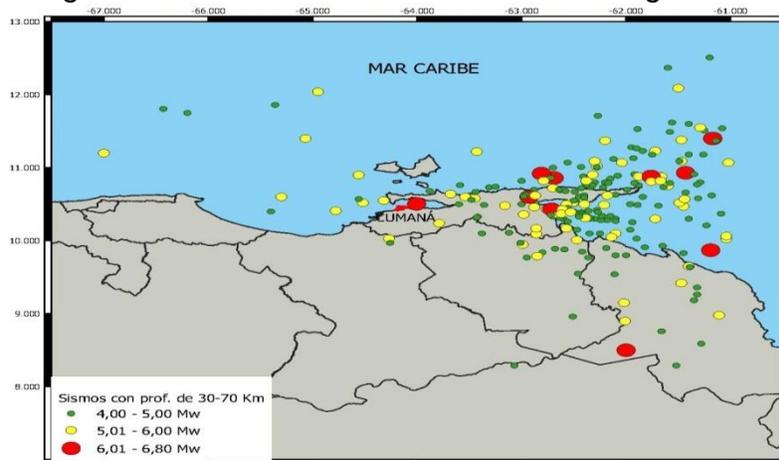


**Figura 8.** Zonas sismogénicas I, II y III

La zona I se ubicó hacia el oeste de la ciudad con un reporte de ocurrencia de 53 sismos instrumentales y 5 sismos históricos. La zona II se ubicó al este de la ciudad con reporte de 219 sismos instrumentales y 1 sismo histórico. La zona III se ubicó al sur y sureste de la ciudad con 26 sismos instrumentales y reporte de ocurrencia de un sismo histórico. 02 sismos no se ubicaron en zona sismogénica alguna.

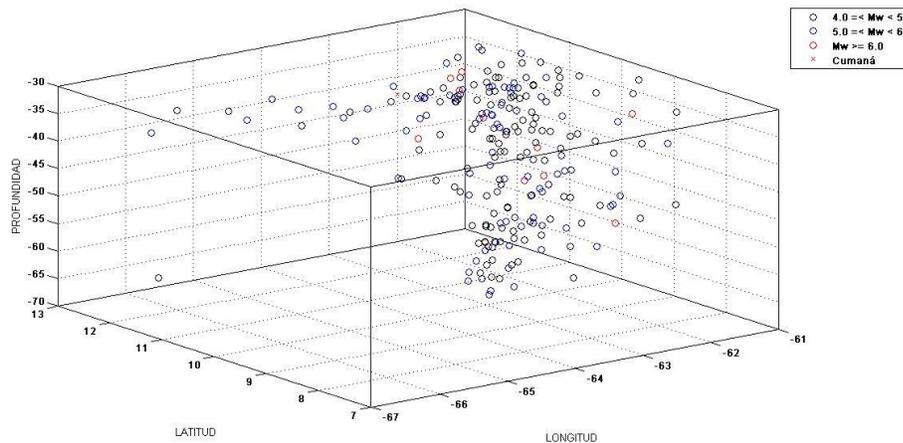
### Sismicidad entre 30 y 70 Kms de profundidad

La Figura 9 muestra los sismos intermedios registrados.



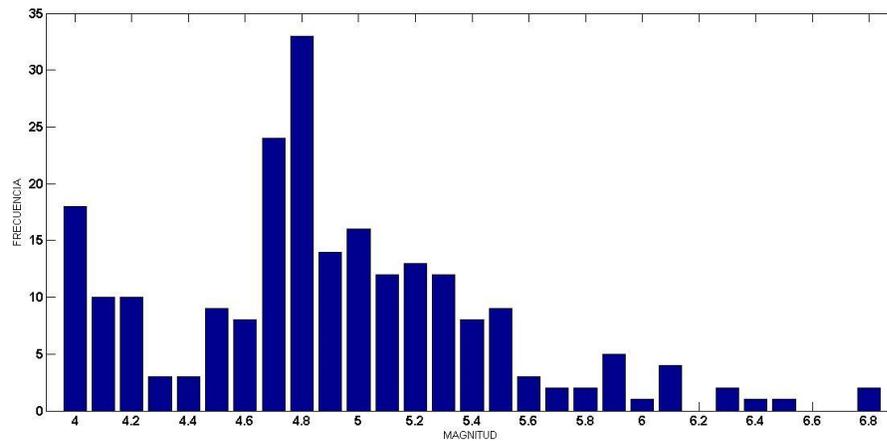
**Figura 9.** Sismicidad intermedia (30 a 70 Kms) en el nororiente de Venezuela. Elaborado por la investigadora Ysimar Rivera.

Entre 30 y 70 kms de profundidad se ubican 226 focos de sismos, 132 están en el intervalo  $4,0 \leq M_w < 5,0$ ; 82 en  $5,0 \leq M_w < 6,0$  y 13 son de magnitud  $M_w \geq 6,0$ . Su ubicación espacial está representada en la figura 10.



**Figura 10.** Distribución de sismos con hipocentros entre 30 y 70 Kms

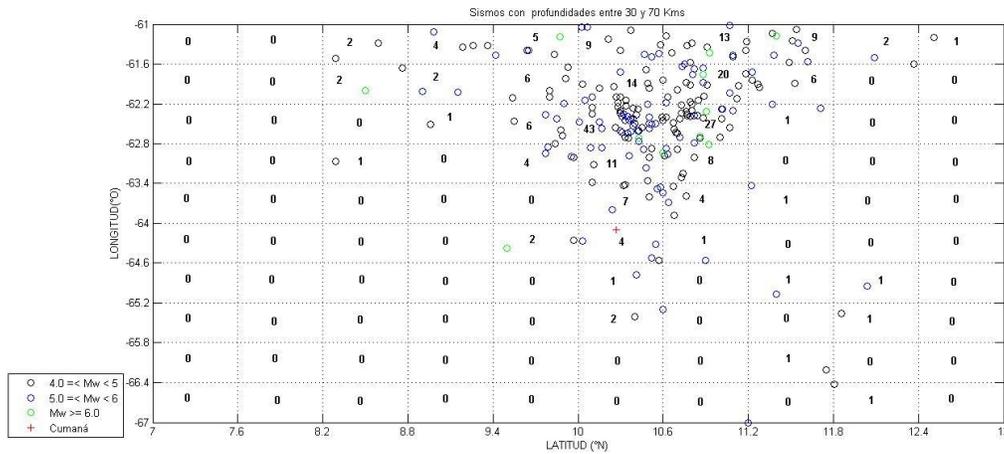
Un gráfico de barras, muestra la distribución de los sismos, comparando su magnitud con su frecuencia de ocurrencia.



**Figura 11.** Diagrama para sismos entre 30 a 70 Km. de profundidad

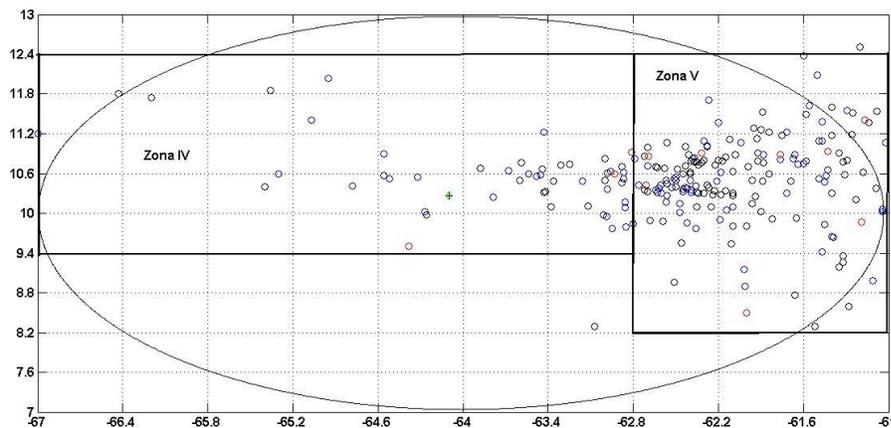
Se observa que la mayor actividad sísmica se ubica entre las magnitudes 4 y 5.5, a partir de allí la actividad sísmica disminuye marcadamente. La más alta densidad de sismos está entre 4.7 a 5.

Para visualizar la densidad sísmica, se creó una malla bidimensional:



**Figura 12.** Malla de sismos con hipocentros entre 30 y 70 Km.

A partir de las zonas de mayor densidad sísmica y tomando en cuenta la geología de la zona y la magnitud de los sismos se determinan las zonas sismogénicas IV y V.



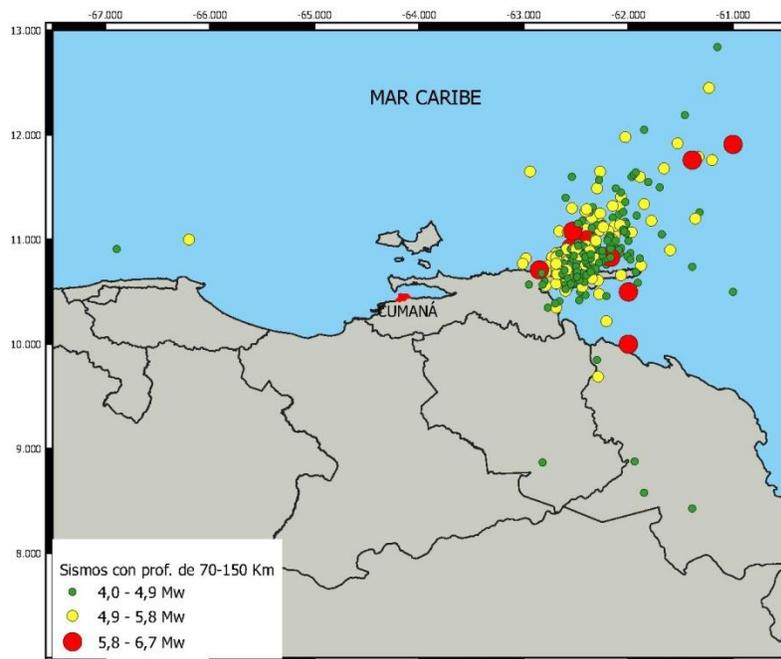
**Figura 13.** Zonas sismogénicas IV y V

La zona IV se ubicó al oeste y en los alrededores de la ciudad, allí hay reportes de 50 sismos instrumentales y 01 sismo histórico con un claro predominio de sismos de baja magnitud. La zona V asociada al arco de las Antillas menores está situada muy al este de la ciudad con gran densidad sísmica (172 sismos instrumentales) y predominio de sismos con magnitudes entre 4,5 y 5.3 Mw. 02 sismos no se ubicaron en zona sismogénica alguna.

Para efectos de esta investigación se subdividió la sismicidad profunda en el área de estudio en 2 categorías: Sismos con hipocentros entre 70 a 150 Kms y sismos con hipocentros entre 150 a 300 Kms.

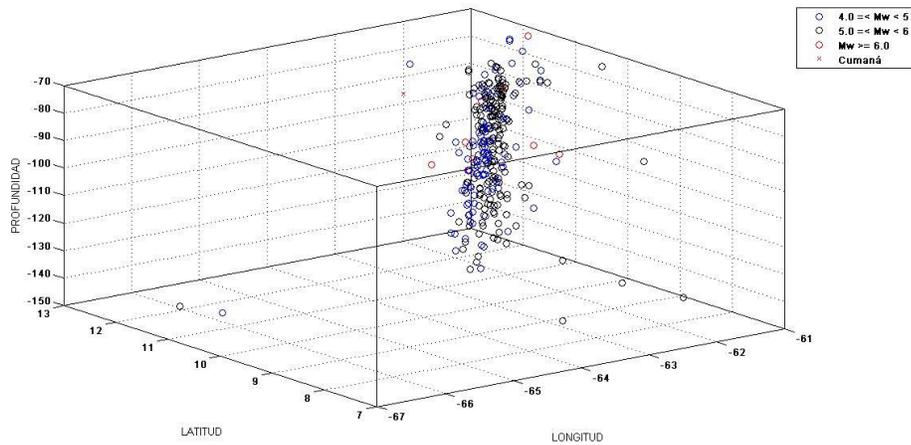
### Sismicidad entre 70 – 150 Kms de profundidad

La figura 14 muestra los sismos con hipocentros profundos registrados en el nororiente de Venezuela.



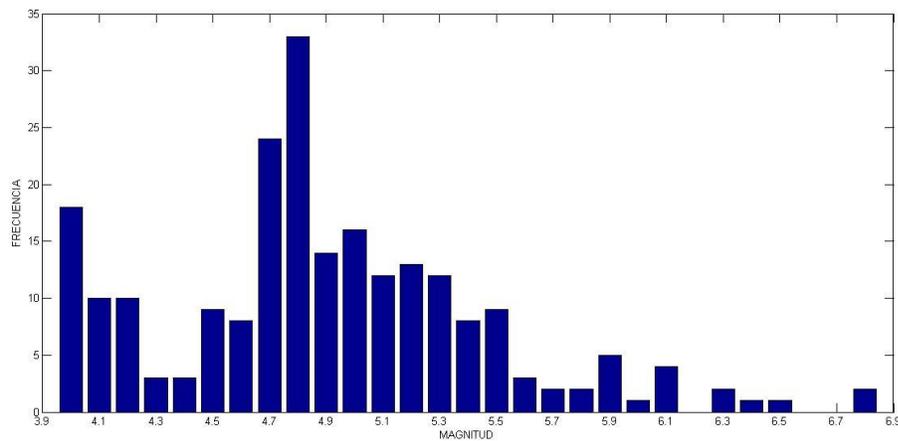
**Figura 14.** Sismicidad profunda (70-150 Kms ) en el nororiente de Venezuela.  
*Elaborado por la investigadora Ysimar Rivera.*

Entre 70 y 150 kms de profundidad se ubican 296 focos de sismos, de ellos 176 están en el intervalo  $4,0 \leq M_w < 5,0$ ; 109 en el intervalo  $5,0 \leq M_w < 6,0$  y 11 son de magnitud  $M_w \geq 6,0$ . La distribución espacial de estos sismos se muestra en la figura 15.



**Figura 15.** Distribución de sismos con hipocentros entre 70 a 150 Kms

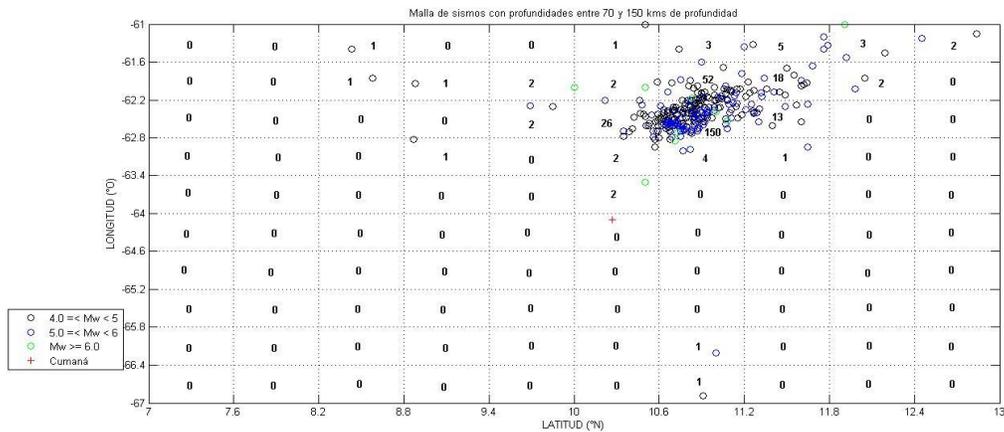
Un gráfico de barras, muestra la distribución de los sismos, comparando su magnitud con su frecuencia de ocurrencia.



**Figura 16.** Diagrama para sismos entre 70 a 150 Kms de profundidad

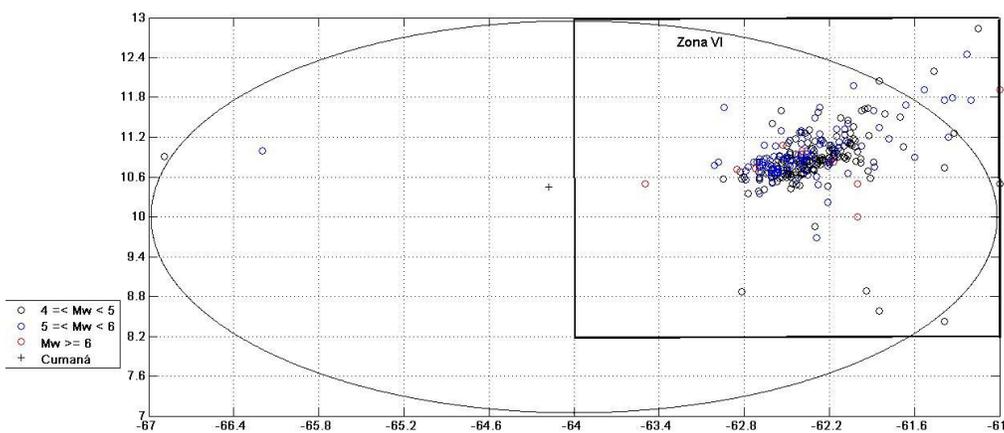
Se observó que la mayor actividad sísmica se ubicó entre las magnitudes 4 y 5.5, a partir de allí la actividad sísmica es mucho menor. La más alta densidad de sismos estuvo entre las magnitudes 4.7 a 5.

Para visualizar la densidad sísmica, se creó una malla bidimensional:



**Figura 17.** Malla de sismos con hipocentros entre 70 y 150 Kms

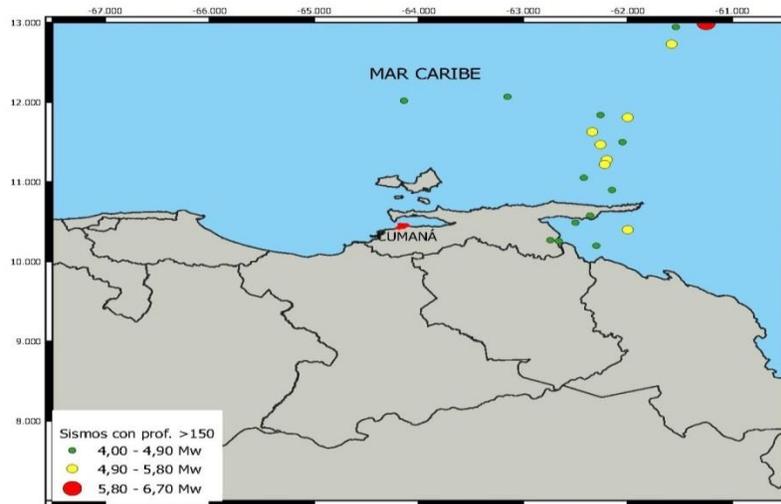
A partir de las zonas de mayor densidad sísmica y tomando en cuenta la geología de la zona y la magnitud de los sismos se determina la zona sismogénica VI



**Figura 18.** Zona sismogénica VI

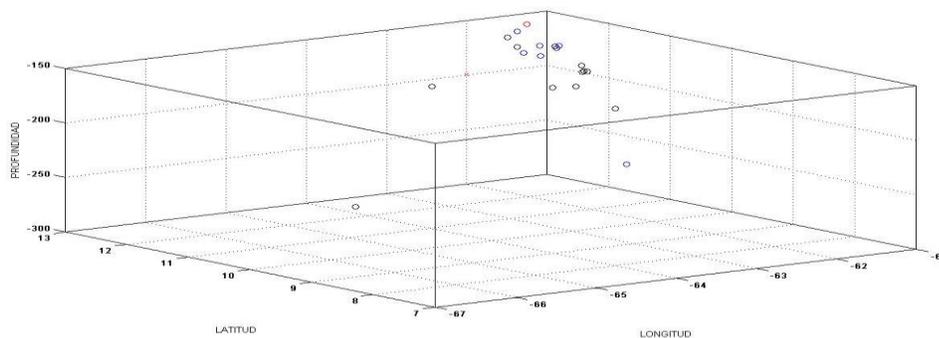
En esta gráfica se visualiza una sola zona sismogénica (zona VI) que abarca la casi totalidad de los sismos reportados. 02 sismos quedan fuera de la delimitación de la zona sismogénica.

### Sismicidad entre 150 - 300 Kms de profundidad



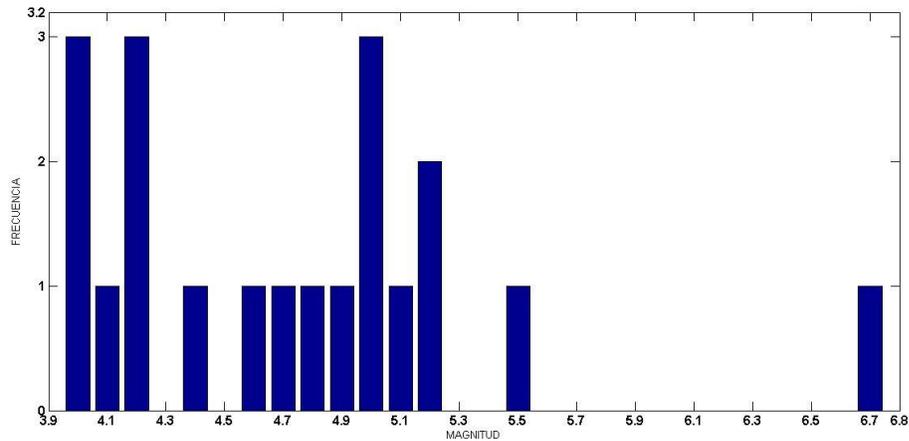
**Figura 19.** Sismicidad profunda (150 - 300 Kms. de profundidad) en el nororiente de Venezuela. Realizado por la investigadora Ysimar Rivera

Entre 150 y 300 kms de profundidad se ubican 20 focos de sismos, de ellos 12 están en el intervalo  $4,0 \leq M_w < 5,0$ ; 7 en el intervalo  $5,0 \leq M_w < 6,0$  y 1 es de magnitud  $M_w \geq 6,0$



**Figura 20.** Distribución de sismos con hipocentros entre 150 y 300 Kms

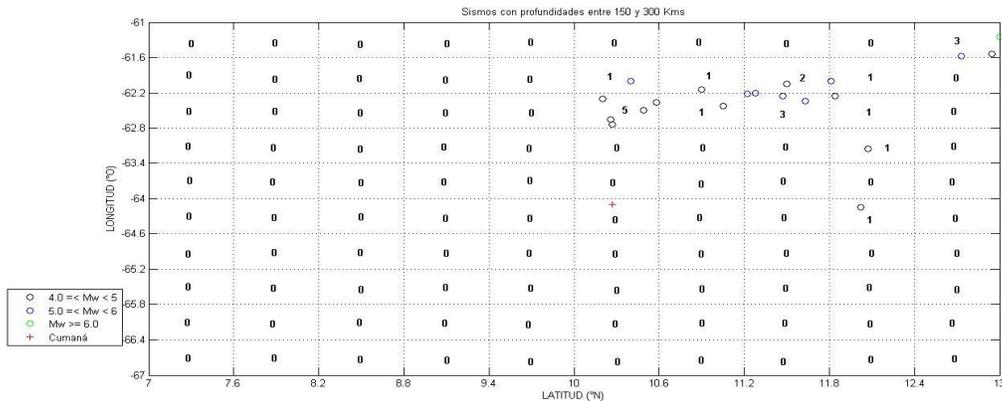
Un gráfico de barras, muestra la distribución de los sismos:



**Figura 21.** Diagrama para sismos con hipocentros entre 150 - 300 Kms

Se observó que la mayor actividad sísmica se ubica entre las magnitudes 4 y 5, a partir de allí la actividad sísmica es esporádica. La más alta densidad de sismos está entre las magnitudes 4 a 4.2.

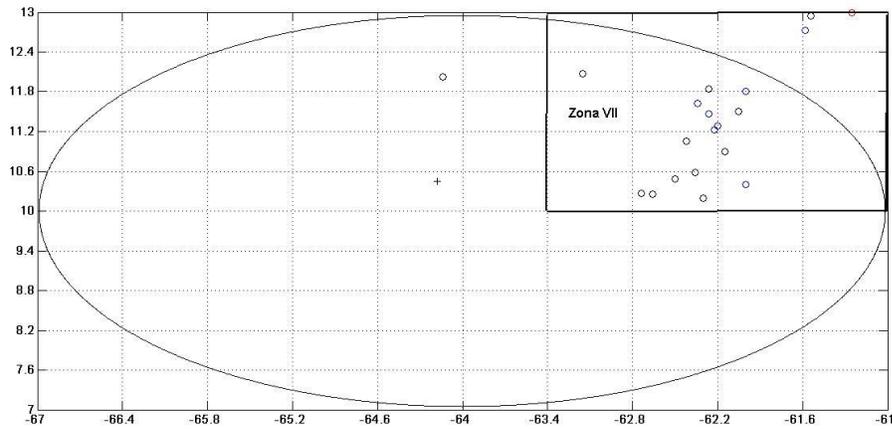
Para visualizar la densidad sísmica, se creó una malla bidimensional:



**Figura 22.** Malla de sismos con hipocentros entre 150 - 300 Kms

A partir de las zonas de mayor densidad sísmica y tomando en cuenta la geología de la zona y la magnitud de los sismos se determina la zona

sismogénica VII.



**Figura 23.** Zona sismogénica VII

Similar al caso anterior, en esta gráfica se visualiza una sola zona sismogénica (zona VII) que abarca casi todos los sismos reportados. 01 sismo queda fuera de la zona sismogénica delimitada.

## ANÁLISIS DE REGRESIÓN

Para cada una de estas zonas sismogénicas se hallan los parámetros listados en las tablas 2 y 3:

*Tabla 2.* Parámetros relativos a las zonas definidas

Zona	$\bar{m}$	$\sigma_m$	$\sigma_y$	R	Profundidad	Ubicación respecto a Cumaná
I	4,8	0,9084	0,2649	0,9814	0 – 30 Kms	Oeste
II	4,8	0,7981	0,4140	0,9868	0 – 30 Kms	Este
III	4,6	1,1525	0,2135	0,9531	0 – 30 Kms	Sur
IV	5,1	0,4888	0,2085	0,9671	30 – 70 Kms	Alrededor
V	4,8	0,5311	0,3673	0,9659	30 – 70 Kms	Este
VI	4,8	0,5950	0,3406	0,9795	70 – 150 Kms	Este
VII	4,7	0,5475	0,1499	0,9654	150 - 300 Kms	Este

En esta tabla el parámetro  $\bar{m}$  se refiere a la magnitud promedio de la zona sismogénica,  $\sigma_m$  y  $\sigma_y$  son las desviaciones típicas de la magnitud y el  $\log(N)$ , el coeficiente de correlación  $R$ , se calcula utilizando la ecuación 2.21. Las dos últimas columnas se refieren a la profundidad de los sismos ubicados en cada zona sismogénica y la ubicación geográfica de la zona con relación a la ciudad de Cumaná.

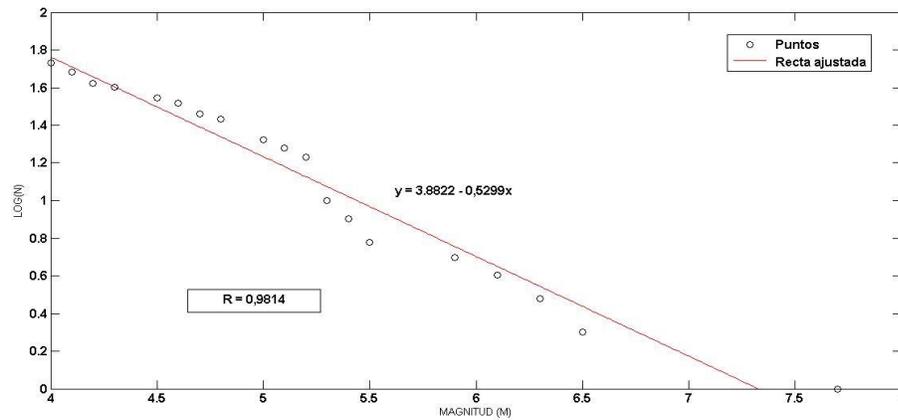
Tabla 3. Valores de  $a$  y  $b$ , desviación típica y errores absolutos

Zona	$a$	$b$	$\sigma_a$	$\sigma_b$	$E_a$	$E_b$
I	3,8822	0,5299	0,0197	0,0037	0,0045	0,0008
II	5,3856	0,7107	0,0198	0,0036	0,0037	0,0006
III	2,9098	0,4102	0,0281	0,0056	0,0085	0,0017
IV	4,5179	0,6316	0,0343	0,0065	0,0083	0,0016
V	5,6999	0,8033	0,0319	0,0061	0,0065	0,0013
VI	5,6279	0,7410	0,0251	0,0048	0,0050	0,0009
VII	3,3157	0,5051	0,0354	0,0072	0,0102	0,0021

En esta tabla, los valores de los coeficientes  $a$  y  $b$  de la ley de Gutenberg-Richter, se determinan utilizando las ecuaciones 2.18 y 2.19 obtenidas mediante el método de mínimos cuadrados. Las desviaciones típicas  $\sigma_a$  y  $\sigma_b$  se calculan a través de la ecuación 2.22, los errores absolutos  $E_a$  y  $E_b$  a través de la ecuación 2.23.

Las gráficas de los puntos a ajustar y las rectas de regresión obtenidas se muestran en las figuras 24 a la 30.

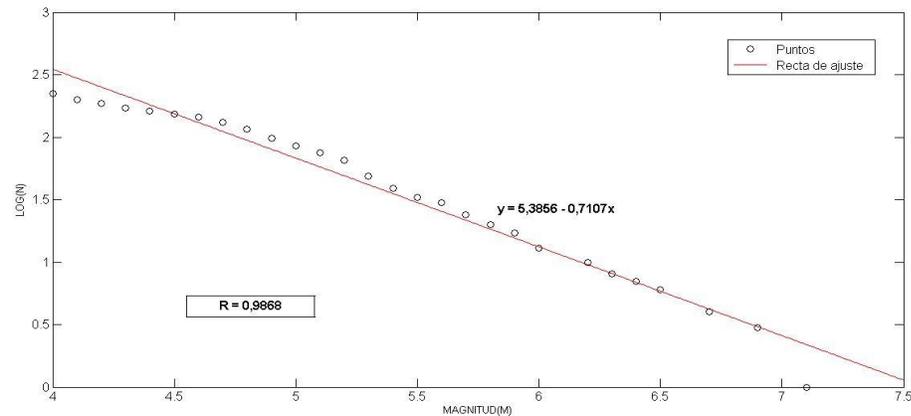
## Zona sismogénica I



**Figura 24.** Regresión lineal, zona sismogénica I

Dado que  $E_a = 0,0045$ , entonces  $a \in [3,8777 \ 3,8867]$  y como  $E_b = 0,0008$ , entonces  $b \in [0,5291 \ 0,5307]$ . El coeficiente de correlación de Pearson  $\rho = 0,9814$  indica una correlación positiva muy cercana a 1.

## Zona sismogénica II

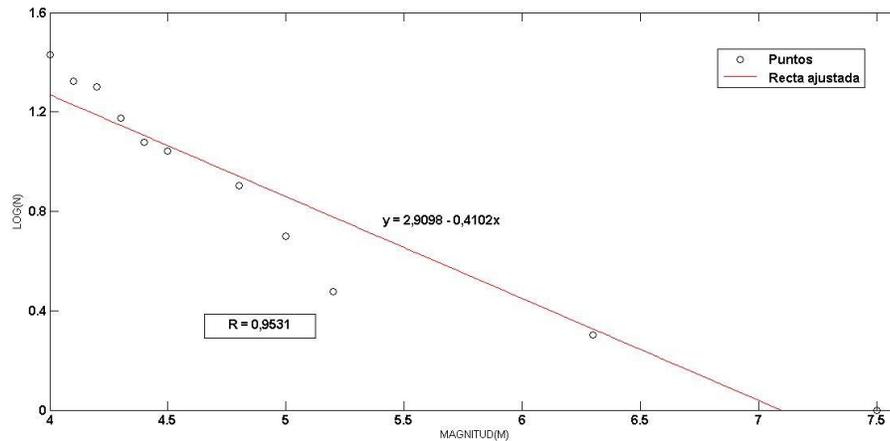


**Figura 25.** Regresión lineal, zona sismogénica II

Dado que  $E_a = 0,0037$ , entonces  $a \in [5,3819 \ 5,3893]$  y como  $E_b = 0,0006$ , entonces  $b \in [0,7101 \ 0,7113]$ . El coeficiente de correlación

de Pearson  $\rho = 0,9868$  indica una correlación positiva muy cercana a 1.

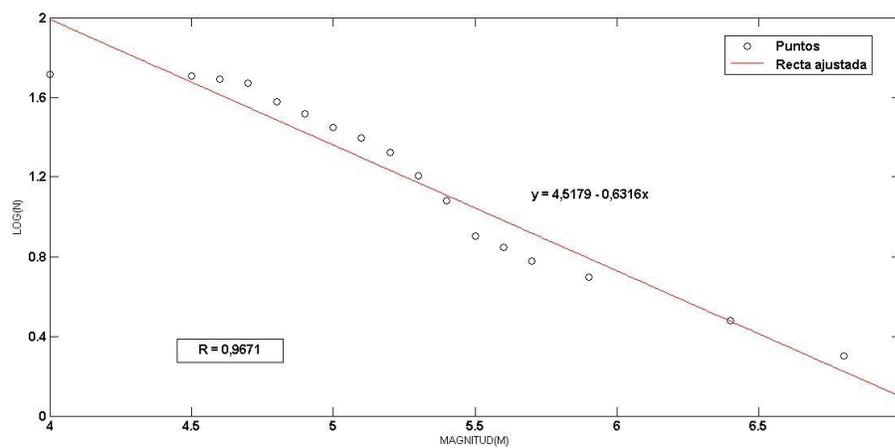
### Zona sismogénica III



**Figura 26.** Regresión lineal, zona sismogénica III

Dado que  $E_a = 0,0085$ , entonces  $a \in [2,9013 \ 2,9183]$  y como  $E_b = 0,0017$ , entonces  $b \in [0,4085 \ 0,4119]$ . El coeficiente de correlación de Pearson  $\rho = 0,95311$  indica una correlación positiva muy cercana a 1.

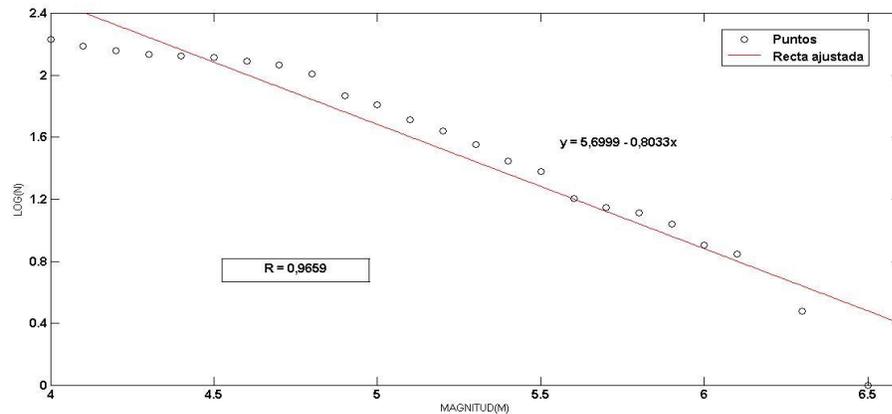
### Zona sismogénica IV



**Figura 27.** Regresión lineal, zona sismogénica IV

Dado que  $E_a = 0,0083$ , entonces  $a \in [4,5096 \ 4,5262]$  y como  $E_b = 0,0016$ , entonces  $b \in [0,6300 \ 0,6332]$ . El coeficiente de correlación de Pearson  $\rho = 0,9671$  indica una correlación positiva muy cercana a 1.

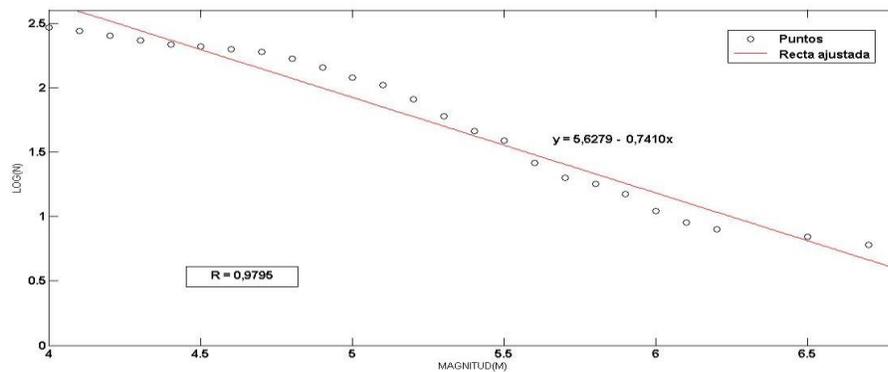
### Zona sismogénica V



**Figura 28.** Regresión lineal, zona sismogénica V

Dado que  $E_a = 0,0065$ , entonces  $a \in [5,6934 \ 5,7064]$  y como  $E_b = 0,0013$ , entonces  $b \in [0,8020 \ 0,8046]$ . El coeficiente de correlación de Pearson  $\rho = 0,9659$  indica una correlación positiva muy cercana a 1.

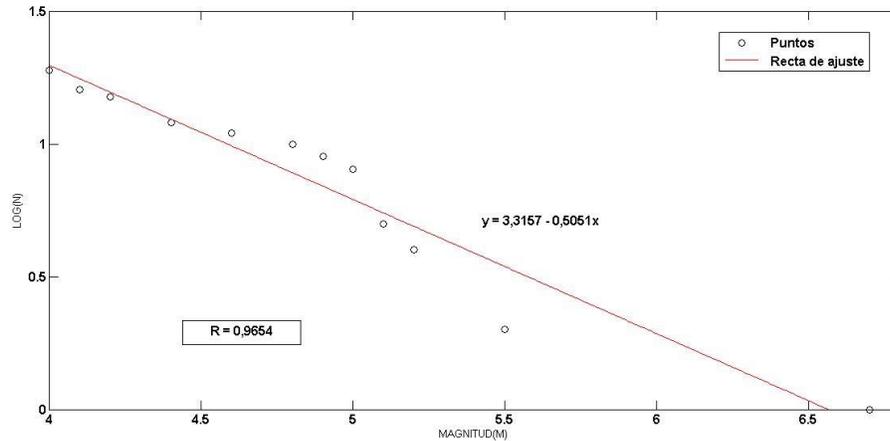
### Zona sismogénica VI



**Figura 30.** Regresión lineal, zona sismogénica VI

Dado que  $E_a = 0,0050$ , entonces  $a \in [5,6229 \ 5,6329]$  y como  $E_b = 0,0009$ , entonces  $b \in [0,7401 \ 0,7419]$ . El coeficiente de correlación de Pearson  $\rho = 0,9795$  indica una correlación positiva muy cercana a 1.

### Zona sísmogénica VII



**Figura 31.** Regresión lineal, zona sísmogénica VII

Dado que  $E_a = 0,0102$ , entonces  $a \in [3,3055 \ 3,3259]$  y como  $E_b = 0,0021$ , entonces  $b \in [0,5030 \ 0,5072]$ . El coeficiente de correlación de Pearson  $\rho = 0,9654$  indica una correlación positiva muy cercana a 1.

### Análisis de los resultados

Los valores del coeficiente de correlación de Pearson ( $\rho$ ) se ubicaron en un rango que va desde 0,9531 para la zona III, hasta 0,9868 para la zona II, muestran que la relación lineal es fuerte y positiva para cada una de las zonas bajo estudio.

Los valores de  $a$  se situaron entre 2,9098 para la zona sísmogénica II, hasta 5,6999 para la zona V, estos valores son un reflejo de la densidad de la acción sísmica en las regiones consideradas. Los valores de  $b$  se ubican

entre 0,4102 para la zona III, y 0,8033 para la zona V, estos valores obtenidos son una confirmación de la actividad sísmica de la región nororiental de Venezuela, donde el número de sismos de baja magnitud es mucho mayor en relación con los sismos de magnitud alta.

Los valores de  $\sigma_a$  y  $\sigma_b$  son bastante bajos, lo cual indica que la mayor parte de los datos van a estar agrupados cerca de su valor esperado.

Utilizando los valores de a y b obtenidos, se procede al cálculo de algunas variables de interés las cuales están reflejadas en la tabla 4 y que serán necesarias para los cálculos posteriores.

n representa el número de sismos de cada zona sismogénica.

$\alpha$  y  $\beta$  se calculan siguiendo lo indicado en la ecuación (2.5).

$M_{mín}$  es la magnitud mínima considerada,  $M_{máx}$  son los sismos máximos observados para cada zona sismogénica.  $M_p$  es el máximo sismo posible para cada zona, calculada con la expresión  $M_p = \frac{a}{b}$ , tomada de Valladares, 2013, imágenes. 34.

Tabla 4. Magnitudes de interés para el cálculo de la peligrosidad

Zona	n	$\alpha$	$\beta$	$M_{mín}$	$M_{máx}$	$M_p$
I	54	8,9390	1,2203	4	7,7	7,4
II	223	12,4009	1,6365	4	7,1	7,6
III	27	6,7000	0,9446	4	7,5	7,1
IV	52	10,4029	1,4543	4	6,8	7,1
V	171	13,1245	1,8996	4	6,5	7,1
VI	294	12,9586	1,7063	4	6,7	7,6
VII	19	7,6348	1,1631	4	6,7	6,6

Puede observarse que en las zonas I, III y VII, los valores de los máximos sismos posibles están por debajo de los máximos sismos observados en esas zonas.

## CURVAS DE PELIGROSIDAD

Para cada zona sismogénica, se utiliza la ecuación 2.15 para determinar la tasa anual de sismos o probabilidad anual de excedencia, calculándose además su probabilidad de excedencia para 30, 50, 100 y 250 años. A partir de estos datos se construyen las curvas de peligrosidad para cada zona, las cuales representan las probabilidades de excedencia para cada magnitud considerada.

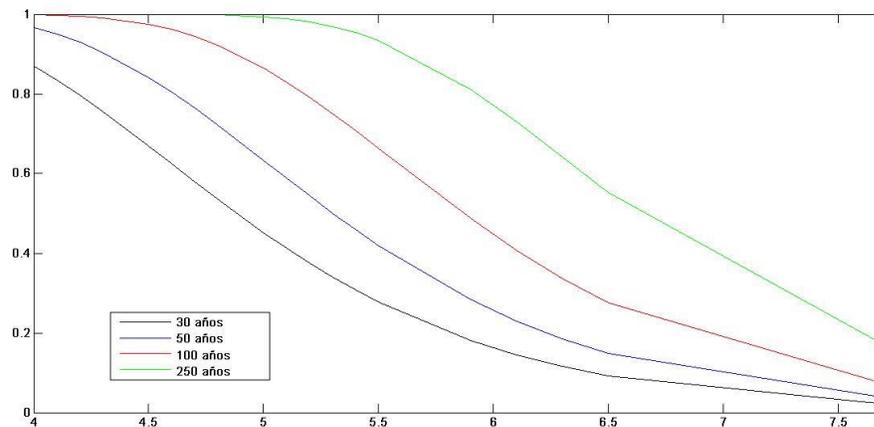
### Zona sismogénica I

La tabla 5 muestra las probabilidades de excedencia para 30, 50, 100 y 250 años, las curvas de peligrosidad están graficadas en la figura 31.

Tabla 5. Probabilidades de excedencia, zona I

<i>m</i>	P(30)	P(50)	P(100)	P(250)
4	0,8695	0,9664	0,9989	1,0000
4,1	0,8351	0,9504	0,9975	1,0000
4,2	0,7971	0,9300	0,9951	1,0000
4,3	0,7564	0,9050	0,9910	1,0000
4,5	0,6692	0,8418	0,9750	0,9999
4,6	0,6244	0,8045	0,9618	0,9997
4,7	0,5797	0,7641	0,9444	0,9993
4,8	0,5357	0,7216	0,9225	0,9983
5	0,4518	0,6328	0,8651	0,9933
5,1	0,4126	0,5880	0,8302	0,9881
5,2	0,3756	0,5438	0,7919	0,9802
5,3	0,3409	0,5008	0,7508	0,9690
5,4	0,3085	0,4593	0,7076	0,9538

5,5	0,2786	0,4197	0,6633	0,9342
5,9	0,1816	0,2840	0,4874	0,8118
6,1	0,1453	0,2303	0,4075	0,7298
6,3	0,1158	0,1854	0,3364	0,6413
6,5	0,0919	0,1484	0,2748	0,5522
7,7	0,0220	0,0365	0,0716	0,1695



**Figura 32.** Curvas de peligrosidad, zona sísmica I

Para esta gráfica, igual que para las otras zonas sísmicas, se situó en el eje de las abscisas la magnitud de los sismos que afectaron la ciudad, en el eje de las ordenadas se ubicó su tasa anual de excedencia. Se graficaron para efectos de comparación curvas para 30, 50, 100 y 250 años.

Se observó para esta zona, que cualquiera sea el periodo de tiempo considerado, las curvas son decrecientes, a mayor magnitud del sismo es menor su probabilidad de ocurrencia. Las curvas inician con probabilidades muy altas, por encima de 0,9 lo cual indica la alta probabilidad de ocurrencia de sismos con magnitudes cercanas a 4. Para 30, 50 y 100 años se observa un punto de inflexión en torno a  $m = 6,5$  donde se suaviza el decrecimiento de la curva. Para 250 años se notó que existen dos puntos de inflexión, uno cercano a 5,5 y otro próximo a 6,5, ellos marcan tres diferentes tendencias de decrecimiento. En esa curva también se notó que la curva empieza a decaer desde la probabilidad 1 o la vecindad muy cercana a ella a partir de la

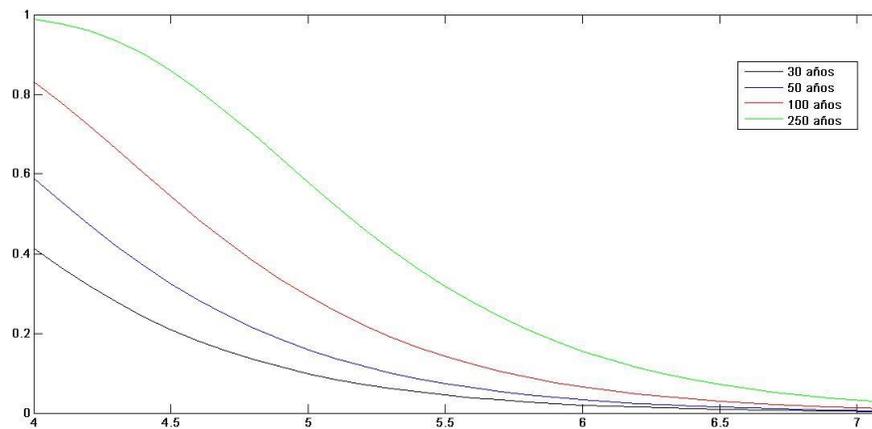
magnitud 5.

### Zona sismogénica II

La tabla 6 muestra las probabilidades de excedencia para 30, 50, 100 y 250 años, las curvas de peligrosidad están graficadas en la figura 32.

Tabla 6. Probabilidades de excedencia, zona II

<b><i>m</i></b>	<b>P(30)</b>	<b>P(50)</b>	<b>P(100)</b>	<b>P(250)</b>
4	0,4139	0,5895	0,8315	0,9883
4,1	0,3647	0,5305	0,7796	0,9772
4,2	0,3197	0,4737	0,7230	0,9596
4,3	0,2789	0,4202	0,6638	0,9345
4,4	0,2424	0,3704	0,6037	0,9011
4,5	0,2100	0,3249	0,5442	0,8598
4,6	0,1814	0,2836	0,4868	0,8114
4,7	0,1563	0,2466	0,4325	0,7573
4,8	0,1344	0,2137	0,3818	0,6995
4,9	0,1153	0,1847	0,3352	0,6397
5	0,0988	0,1592	0,2930	0,5797
5,1	0,0845	0,1369	0,2550	0,5209
5,2	0,0722	0,1175	0,2211	0,4646
5,3	0,0617	0,1007	0,1912	0,4117
5,4	0,0526	0,0861	0,1649	0,3626
5,5	0,0449	0,0736	0,1418	0,3178
5,6	0,0382	0,0629	0,1218	0,2772
5,7	0,0325	0,0536	0,1044	0,2409
5,8	0,0277	0,0457	0,0894	0,2087
5,9	0,0236	0,0390	0,0764	0,1802
6	0,0200	0,0332	0,0653	0,1553
6,2	0,0145	0,0240	0,0475	0,1145
6,3	0,0123	0,0204	0,0405	0,0981
6,4	0,0105	0,0174	0,0345	0,0839
6,5	0,0089	0,0148	0,0293	0,0717
6,7	0,0064	0,0107	0,0212	0,0523
6,9	0,0046	0,0077	0,0154	0,0379
7,1	0,0033	0,0056	0,0111	0,0275



**Figura 33.** Curvas de peligrosidad, zona sísmogénica II

En esta zona para los períodos de tiempo considerados, las curvas son también decrecientes, esto es, a mayor magnitud del sismo menor su probabilidad de ocurrencia. Las curvas para 30 y 50 años inician con probabilidades entre 0,4 y 0,6, lo cual indica que para esos períodos de tiempo las probabilidades de ocurrencia de sismos de magnitudes cercanas a 4 no son altas, lo cual contrasta con lo observado para las curvas que representan 100 y 250 años, allí la probabilidad de excedencia está entre 0,8 y 1 lo que evidencia la elevada probabilidad de ocurrencia de sismos de magnitudes cercanas a 4 para ese periodo de años. El decrecimiento de las curvas se suaviza a partir de la magnitud 5,5 para las curvas de 30, 50 y 100 años; para la curva de 250 años ese suavizado en torno a la magnitud 6,2.

En esta gráfica no se observan puntos de inflexión, en el extremo derecho de la gráfica se visualizó que la aproximación a cero es distinta para cada una de las curvas graficadas, la caída es más pesada mientras menor es la cantidad de años considerados.

### Zona sismogénica III

La tabla 7 muestra las probabilidades de excedencia para 30, 50, 100 y 250 años, las curvas de peligrosidad están graficadas en la figura 33.

Tabla 7. Probabilidades de excedencia, zona III

<b><i>m</i></b>	<b>P(30)</b>	<b>P(50)</b>	<b>P(100)</b>	<b>P(250)</b>
4	0,9899	0,9995	1,0000	1,0000
4,1	0,9847	0,9991	1,0000	1,0000
4,2	0,9777	0,9982	1,0000	1,0000
4,3	0,9686	0,9969	1,0000	1,0000
4,4	0,9572	0,9948	1,0000	1,0000
4,5	0,9431	0,9916	0,9999	1,0000
4,8	0,8846	0,9726	0,9993	1,0000
5	0,8326	0,9491	0,9974	1,0000
5,2	0,7723	0,9151	0,9928	1,0000
6,3	0,4076	0,5821	0,8254	0,9873
7,5	0,1551	0,2449	0,4298	0,7545

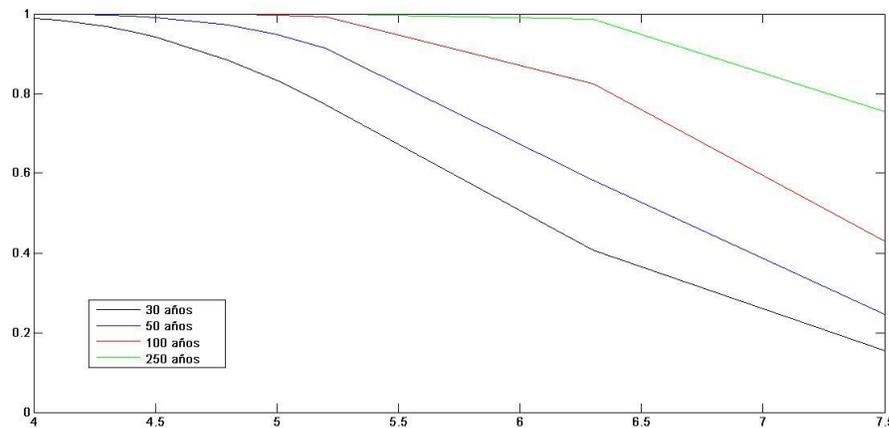


Figura 34. Curvas de peligrosidad, zona sismogénica III

En esta zona, las curvas son también decrecientes para los períodos de tiempo considerados. Las curvas inician con probabilidades muy altas, lo cual indica que para esos períodos de tiempo las probabilidades de ocurrencia de sismos de magnitudes cercanos a 4 están cercanas a 1.

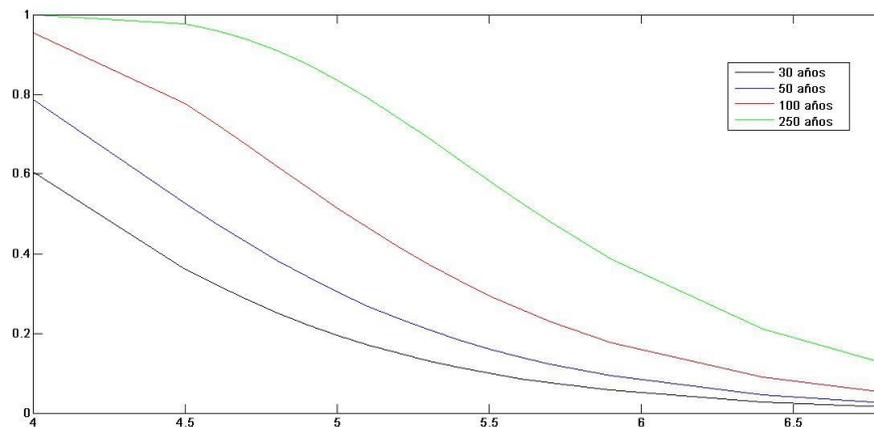
En esta gráfica se observaron dos puntos de inflexión para las curvas de 50, 100 y 250 años, uno de ellos se ubicó en  $m=4,5$  para 50 años,  $m=4,8$  para 100 años y  $m = 5$  para 250 años, este punto marca el descenso desde las cercanías de la probabilidad 1, el otro punto de inflexión se halló para 50 años en torno a  $m = 5,2$  y para 100 y 250 años en  $m = 6,3$ . La curva de 30 años sólo tiene un punto de inflexión en  $m = 6,3$ . Este punto marca un cambio en la tendencia de decrecimiento de la curva. En el extremo derecho de la gráfica puede visualizarse que la aproximación a cero es más cercana para las curvas de 30 y 50 años, en la curva de 250 años es menos acentuada.

### Zona sismogénica IV

La tabla 8 muestra las probabilidades de excedencia para 30, 50, 100 y 250 años, las curvas de peligrosidad están graficadas en la figura 34.

Tabla 8. Probabilidades de excedencia, zona IV

<b><i>m</i></b>	<b>P(30)</b>	<b>P(50)</b>	<b>P(100)</b>	<b>P(250)</b>
4	0,6049	0,7873	0,9548	0,9996
4,5	0,3616	0,5267	0,7760	0,9763
4,6	0,3216	0,4763	0,7257	0,9606
4,7	0,2851	0,4284	0,6732	0,9390
4,8	0,2518	0,3834	0,6198	0,9109
4,9	0,2219	0,3417	0,5666	0,8764
5	0,1950	0,3034	0,5147	0,8359
5,1	0,1710	0,2684	0,4648	0,7905
5,2	0,1497	0,2368	0,4176	0,7411
5,3	0,1308	0,2084	0,3734	0,6892
5,4	0,1142	0,1830	0,3324	0,6359
5,5	0,0995	0,1603	0,2949	0,5825
5,6	0,0867	0,1402	0,2608	0,5301
5,7	0,0754	0,1224	0,2299	0,4796
5,9	0,0569	0,0930	0,1774	0,3863
6,4	0,0279	0,0461	0,0901	0,2102
6,8	0,0157	0,0260	0,0514	0,1236



**Figura 35.** Curvas de peligrosidad, zona sísmogénica IV

En esta zona, las curvas son también decrecientes para los períodos de tiempo considerados. Las curvas para 30 y 50 años inician con probabilidades entre 0,6 y 0,8 lo cual indica que para esos períodos de tiempo las probabilidades de ocurrencia de sismos de magnitudes cercanas a 4 son altas, para las curvas que representan 100 y 250 años, la probabilidad de excedencia está muy cercana a 1 lo que evidencia que la probabilidad de ocurrencia de sismos de magnitudes cercanas a 4 para ese periodo de años es muy alta. El decrecimiento de las curvas se suaviza en torno a  $m = 5,5$  para las curvas de 30, 50 y 100 años; para la curva de 250 años ese suavizado inicia cerca de  $m = 6,5$ .

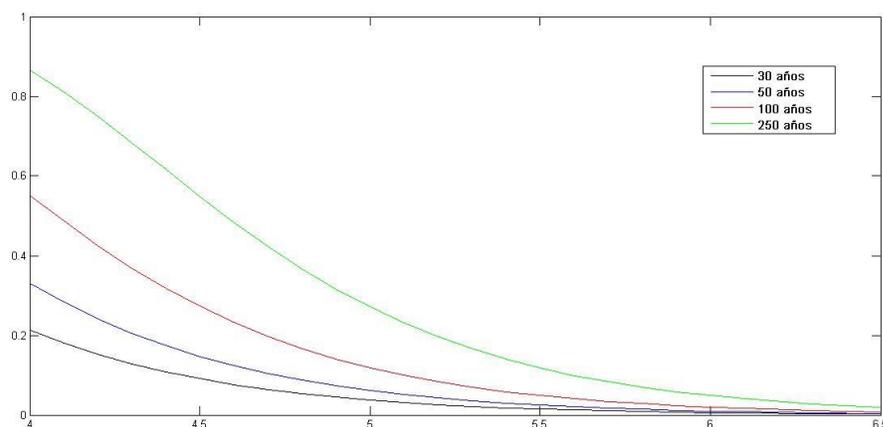
En esta gráfica no se observaron puntos de inflexión. Para la curva de 250 años la caída desde las cercanías de la probabilidad 1 ocurre muy pronto, en torno a  $m = 4,5$ . En el extremo derecho de la gráfica puede visualizarse que la aproximación a cero es más pesada mientras menor sea la cantidad de años considerados.

## Zona sismogénica V

La tabla 9 muestra las probabilidades de excedencia para 30, 50, 100 y 250 años, las curvas de peligrosidad están graficadas en la figura 35.

Tabla 9. Probabilidades de excedencia, zona V

<b><i>m</i></b>	<b>P(30)</b>	<b>P(50)</b>	<b>P(100)</b>	<b>P(250)</b>
4	0,2142	0,3308	0,5522	0,8658
4.1	0,1815	0,2838	0,4871	0,8116
4.2	0,1534	0,2423	0,4259	0,7502
4.3	0,1292	0,2059	0,3695	0,6843
4.4	0,1086	0,1744	0,3184	0,6165
4.5	0,0912	0,1473	0,2728	0,5491
4.6	0,0764	0,1240	0,2326	0,4842
4.7	0,0639	0,1042	0,1975	0,4232
4.8	0,0534	0,0874	0,1672	0,3670
4.9	0,0446	0,0732	0,1410	0,3162
5	0,0372	0,0612	0,1187	0,2709
5.1	0,0310	0,0512	0,0997	0,2309
5.2	0,0258	0,0427	0,0836	0,1960
5.3	0,0215	0,0356	0,0700	0,1659
5.4	0,0179	0,0297	0,0585	0,1399
5.5	0,0149	0,0247	0,0489	0,1177
5.6	0,0124	0,0206	0,0408	0,0989
5.7	0,0103	0,0172	0,0340	0,0829
5.8	0,0086	0,0143	0,0284	0,0694
5.9	0,0071	0,0119	0,0236	0,0580
6	0,0059	0,0099	0,0197	0,0485
6.1	0,0049	0,0082	0,0164	0,0405
6.3	0,0034	0,0057	0,0113	0,0281
6.5	0,0024	0,0039	0,0079	0,0195



**Figura 36.** Curvas de peligrosidad, zona sismogénica V

En esta zona, las curvas de peligrosidad son también decrecientes. Las curvas para 30 y 50 años inician con probabilidades entre 0,2 y 0,4, lo cual indica que para esos períodos de tiempo las probabilidades de ocurrencia de sismos de magnitudes cercanas a 4 son muy bajas; las curvas que representan 100 y 250 años, inician con una probabilidad de excedencia entre 0,5 y 0,9 lo que evidencia que la probabilidad de ocurrencia de sismos de magnitudes cercanas a 4 para ese periodo de años es alta. El decrecimiento de las curvas se suaviza a partir de  $m = 5$  para las curvas de 30, 50 y 100 años; para la curva de 250 años ese suavizado inicia en las cercanías de  $m = 5,5$ .

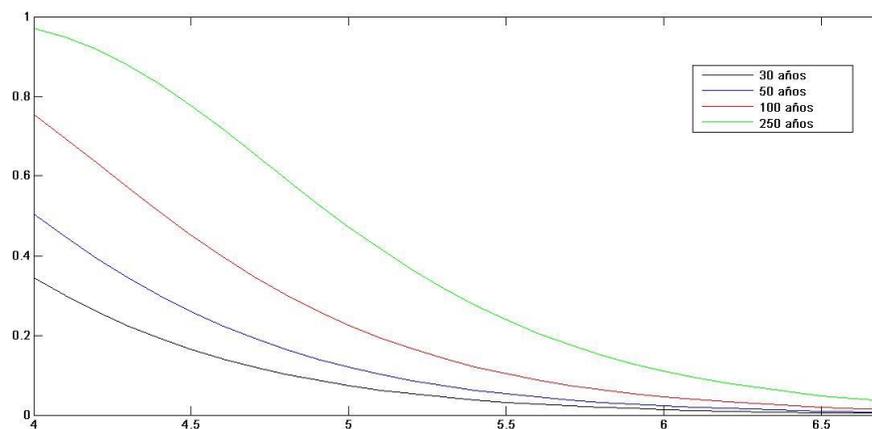
En esta gráfica no se observaron puntos de inflexión. En el extremo derecho de la gráfica se visualizó que la probabilidad de ocurrencia está muy cercana a 0 para las curvas de 30 y 50 años a partir de  $m = 5,5$  y para la curva de 100 años a partir de  $m = 6,3$ . La curva de 250 años es la más alejada del cero. La cola de las curvas se hace más pesada mientras más alto sea el número de años considerados.

## Zona sismogénica VI

La tabla 10 muestra las probabilidades de excedencia para 30, 50, 100 y 250 años, las curvas de peligrosidad están graficadas en la figura 36.

Tabla 10. Probabilidades de excedencia, zona VI

<b><i>m</i></b>	<b>P(30)</b>	<b>P(50)</b>	<b>P(100)</b>	<b>P(250)</b>
4	0,3445	0,5054	0,7553	0,9704
4,1	0,2996	0,4476	0,6949	0,9486
4,2	0,2594	0,3937	0,6324	0,9181
4,3	0,2237	0,3442	0,5699	0,8787
4,4	0,1922	0,2993	0,5091	0,8311
4,5	0,1647	0,2591	0,4511	0,7768
4,6	0,1408	0,2234	0,3970	0,7176
4,7	0,1201	0,1920	0,3472	0,6557
4,8	0,1023	0,1645	0,3020	0,5930
4,9	0,0869	0,1406	0,2615	0,5313
5	0,0738	0,1200	0,2255	0,4722
5,1	0,0626	0,1022	0,1939	0,4165
5,2	0,0531	0,0868	0,1662	0,3651
5,3	0,0449	0,0737	0,1420	0,3182
5,4	0,0380	0,0625	0,1212	0,2760
5,5	0,0321	0,0530	0,1032	0,2384
5,6	0,0272	0,0449	0,0877	0,2051
5,7	0,0230	0,0380	0,0745	0,1760
5,8	0,0194	0,0321	0,0632	0,1506
5,9	0,0164	0,0271	0,0536	0,1285
6	0,0138	0,0229	0,0453	0,1095
6,1	0,0117	0,0194	0,0384	0,0932
6,2	0,0098	0,0164	0,0325	0,0792
6,5	0,0059	0,0098	0,0196	0,0482
6,7	0,0042	0,0070	0,0140	0,0345



**Figura 37.** Curvas de peligrosidad, zona sísmica VI

En esta zona, las curvas de peligrosidad son decrecientes. Las curvas para 30 y 50 años inician con probabilidades entre 0,3 y 0,6, lo cual indica que para esos períodos de tiempo las probabilidades de ocurrencia de sismos de magnitudes cercanas a 4 son bajas, para las curvas que representan 100 y 250 años, la probabilidad de excedencia está entre 0,7 y 1 lo que evidencia que la probabilidad de ocurrencia de sismos de magnitudes cercanas a 4 para ese periodo de años es muy alta. El decrecimiento de las curvas se suaviza a partir de la magnitud 5,5 para las curvas de 30, 50 y 100 años; para la curva de 250 años ese suavizado ocurre cerca de  $m = 6$ .

En esta gráfica no se notaron puntos de inflexión, en el extremo derecho de la gráfica se observó que la probabilidad de ocurrencia está muy cercana a cero a partir de  $m = 6,2$  para las curvas de 30 y 50 años, las curvas de 100 y 250 años están un poco más alejadas de cero. La cola de las curvas se hace más pesada mientras más alto es el número de años considerados.

## Zona sismogénica VII

La tabla 11 muestra las probabilidades de excedencia para 30, 50, 100 y 250 años, las curvas de peligrosidad están graficadas en la figura 37.

Tabla 11. Probabilidades de excedencia, zona VII

$m$	P(30)	P(50)	P(100)	P(250)
4	0,8695	0,9664	0,9989	1,0000
4,1	0,8351	0,9504	0,9975	1,0000
4,2	0,7971	0,9300	0,9951	1,0000
4,4	0,7134	0,8755	0,9845	1,0000
4,6	0,6244	0,8045	0,9618	0,9997
4,8	0,5357	0,7216	0,9225	0,9983
4,9	0,4929	0,6775	0,8960	0,9965
5	0,4518	0,6328	0,8651	0,9933
5,1	0,4126	0,5880	0,8302	0,9881
5,2	0,3756	0,5438	0,7919	0,9802
5,5	0,2786	0,4197	0,6633	0,9342
6,7	0,0727	0,1183	0,2226	0,4671

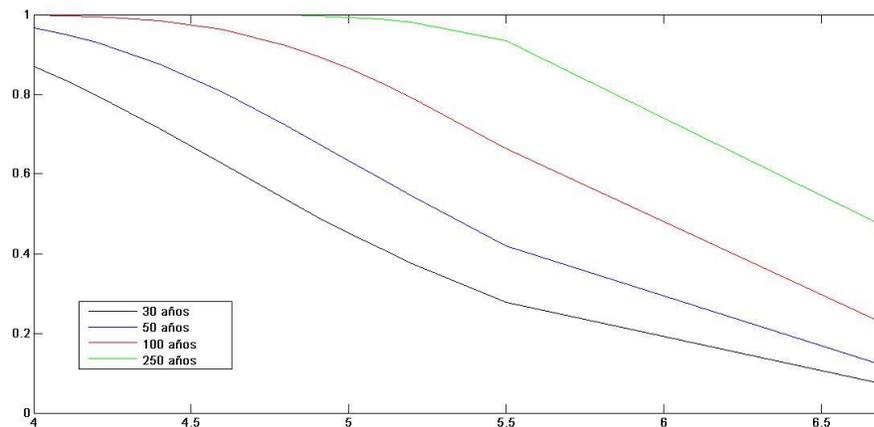


Figura 38. Curvas de peligrosidad, zona sismogénica VII

En esta zona, las curvas de peligrosidad son también decrecientes. Las curvas para 30 y 50 años inician con probabilidades entre 0,8 y 1, lo cual indica que para esos períodos de tiempo las probabilidades de ocurrencia de

sismos de magnitudes cercanos a 4 son muy altas, para las curvas que representan 100 y 250 años, la probabilidad de excedencia está entre 0,9 y 1 lo que evidencia que la probabilidad de ocurrencia de sismos de magnitudes cercanas a 4 para ese periodo de años es excepcionalmente alta.

En esta gráfica se observaron puntos de inflexión para cada curva, para las de 30 y 50 años se situó un punto de inflexión en  $m = 5,5$  el cual muestra un brusco cambio en el decrecimiento de la curva. Para la curva de 100 años ese punto se situó en torno a  $m = 4,4$  y marca el decaimiento de la curva desde una probabilidad cercana a 1. Para la curva de 250 años, se observaron dos puntos, uno en  $m = 5$  que marca el decaimiento desde las cercanías de la probabilidad 1 y el otro en  $m = 5,5$  donde hay un cambio en la tendencia de decrecimiento de la curva.

### **Análisis de los resultados**

En las zonas sismogénicas investigadas se observa que cualquiera sea el periodo de tiempo considerado, las curvas son marcadamente decrecientes, esto es, a mayor magnitud del sismo es acentuadamente menor su probabilidad de ocurrencia.

Otro factor observable es la manera como decrece la curva, mientras que en las zonas I, II, IV, V y VI la caída es similar, siguiendo un patrón exponencial, acentuadamente al principio y con una lenta aproximación al cero hacia el extremo derecho de la curva; en las zonas III y VII el patrón es más lineal, lo cual puede atribuirse a la baja densidad sísmica de esas zonas. También en las zonas III y VII se muestran valores de inicio más altos que en el resto de las zonas.

Otras tendencias pueden observarse en la siguiente tabla resumen.

Tabla 12. Análisis de resultados, curvas de peligrosidad.

Zona	Valores de inicio	Puntos de inflexión	Aproximación a cero
01	P(30) = 0,8695 P(50) = 0,9664 P(100) = 0,9989 P(250) = 1,0000	P(30) tiene 01 P(50) no tiene. P(100) no tiene P(250) tiene 02	P(30) poco pesada P(50) poco pesada P(100) no pesada P(250) no pesada
02	P(30) = 0,4139 P(50) = 0,5895 P(100) = 0,8315 P(250) = 0,9883	No se observaron puntos de inflexión.	P(30) pesada P(50) pesada P(100) pesada P(250) poco pesada
03	P(30) = 0,9899 P(50) = 0,9995 P(100) = 1,0000 P(250) = 1,0000	P(30) no tiene P(50) tiene 02 P(100) tiene 02 P(250) tiene 02	Los valores de término de cada curva son muy altos.
04	P(30) = 0,6049 P(50) = 0,7873 P(100) = 0,9548 P(250) = 0,9996	No se observaron puntos de inflexión.	P(30) muy pesada P(50) muy pesada P(100) pesada P(250) no pesada
05	P(30) = 0,2142 P(50) = 0,3308 P(100) = 0,5522 P(250) = 0,8658	No se observaron puntos de inflexión. .	P(30) muy pesada P(50) muy pesada P(100) muy pesada P(250) pesada
06	P(30) = 0,3445 P(50) = 0,5054 P(100) = 0,7553 P(250) = 0,9704	No se observaron puntos de inflexión.	P(30) muy pesada P(50) muy pesada P(100) muy pesada P(250) pesada
07	P(30) = 0,8695 P(50) = 0,9664 P(100) = 0,9989 P(250) = 1,0000	P(30) tiene 01. P(50) tiene 01 P(100) tiene 01 P(250) tiene 02	P(30) muy pesada P(50) muy pesada P(100) muy pesada P(250) pesada

## CAPÍTULO IV. APLICACIONES

### FUNCIONES DE DENSIDAD Y DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

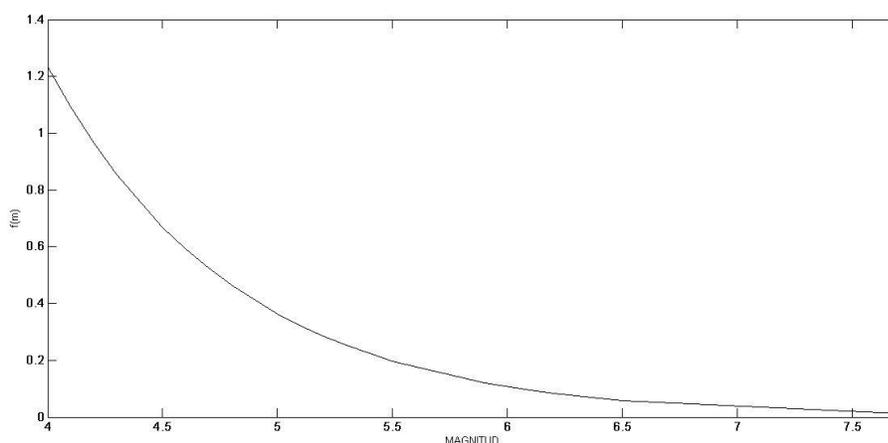
Partiendo de la ecuación 2.6 se obtienen los valores necesarios para la elaboración de las gráficas de las funciones de densidad que caracterizan el comportamiento probable de los sismos que se producen en cada zona sismogénica y afectan la peligrosidad sísmica de la ciudad y a partir de la ecuación 2.5 se construyen las funciones de distribución de probabilidad para cada una de las zonas sismogénicas definidas, las cuales proporcionan la información de cómo se espera que varíen sus resultados. Sus dominios están entre las magnitudes  $M_{mín}$  y  $M_{máx}$  definidas para cada zona.

#### Zona sismogénica I

La tabla 13 muestra los valores obtenidos para determinar la función de densidad de esta zona, su gráfico se muestra en la figura 38.

Tabla 13. Función de densidad, zona I

$x$	4,0	4,1	4,2	4,3	4,5	4,6	4,7	4,8
$f(x)$	1,2338	1,0921	0,9666	0,8556	0,6703	0,5933	0,5251	0,4648
$x$	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,9	6,1
$f(x)$	0,3641	0,3223	0,2853	0,2525	0,2235	0,1978	0,1214	0,0951
$x$	6,2	6,3	6,5	7,7				
$f(x)$	0,0842	0,0745	0,0584	0,0457				



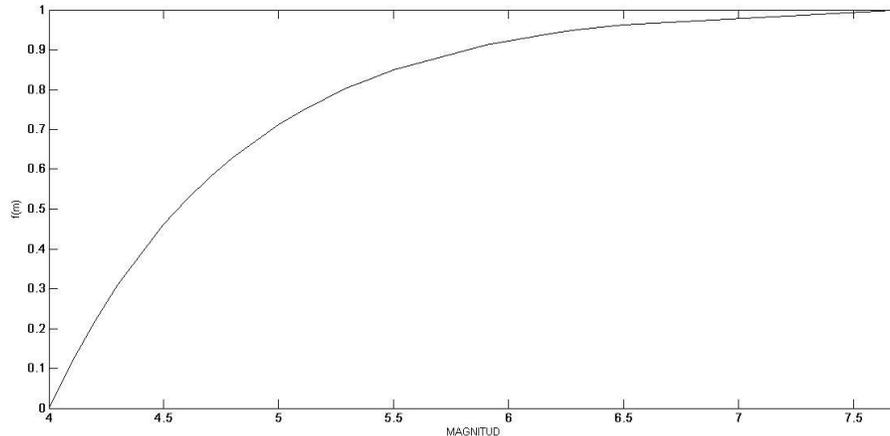
**Figura 39.** Función de densidad, zona sismogénica I

Es una curva definida positiva, decreciente e integrable. El área bajo la curva es mayor en el extremo izquierdo del dominio, el cual corresponde a los sismos de magnitudes más bajas. Se observa un cambio en el suavizado de la curva en torno a la magnitud 5,2 donde cambia su caída. En el lado derecho, la curva obtenida se aproxima a cero de manera poco pesada.

La tabla 14 muestra los valores obtenidos para determinar la función de distribución de probabilidad, su gráfico se muestra en la figura 39.

*Tabla 14. Función de distribución, zona I*

$x$	4,0	4,1	4,2	4,3	4,5	4,6	4,7	4,8
$F(x)$	0	0,1161	0,2190	0,3100	0,4618	0,5249	0,5807	0,6302
$x$	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,9	6,1
$F(x)$	0,7127	0,7469	0,7773	0,8041	0,8279	0,8489	0,9116	0,9331
$x$	6,2	6,3	6,5	7,7				
$F(x)$	0,9421	0,9500	0,9632	0,9736				



**Figura 40.** Función de distribución de probabilidad, zona sismogénica I

Es una función definida positiva, creciente y diferenciable. Su dominio está en el intervalo  $[4, 7,7]$  y su codominio en el intervalo  $[0, 1]$  lo cual refleja que es una función de probabilidad. Presenta la forma característica de una distribución de Pareto. Su índice de cola, calculado a través de la ecuación 1.12 es  $\xi = 1,5849$ .

La curva crece rápidamente en el extremo izquierdo de su dominio, lo cual corresponde a la probabilidad de ocurrencia de los sismos con magnitudes más bajas. Tiene un cambio en el suavizado de la curva alrededor de la magnitud 5,2 a partir del cual la curva crece con más lentitud. En el lado derecho, inicia su aproximación pesada al valor 1 en torno a la magnitud 6,5. La curva alcanza la mitad de su codominio entre las magnitudes 4,4 y 4,6.

### Zona sismogénica II

La tabla 15 muestra los valores obtenidos para determinar la función de densidad, su trazo se muestra en la figura 40.

Tabla 15. Función de densidad, zona II

$x$	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7
$f(x)$	1,6468	1,3982	1,1871	1,0079	0,8558	0,7266	0,6169	0,5238
$x$	4,8	4,9	5,0	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5
$f(x)$	0,4447	0,3776	0,3206	0,2722	0,2311	0,1962	0,1666	0,1414
$x$	5,6	5,7	5,8	5,9	6,0	6,2	6,3	6,4
$f(x)$	0,1201	0,1020	0,0866	0,0735	0,0624	0,0450	0,0382	0,0324

$x$	6,5	6,7	6,9	7,1
$f(x)$	0,0275	0,0198	0,0143	0,0103

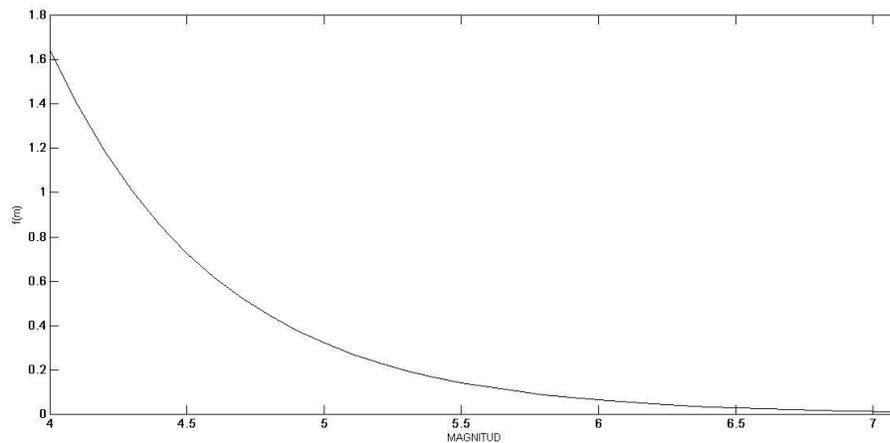


Figura 41. Función de densidad, zona sismogénica II

Es una curva definida positiva, decreciente e integrable. El área bajo la curva es mayor en el extremo izquierdo del dominio, el cual corresponde a los sismos de magnitudes más bajas. No se observó un punto de inflexión. En el lado derecho, la curva se aproxima a cero de forma pesada a partir de los sismos de magnitud 5.

En la tabla 16 se muestran los valores obtenidos para definir la función de distribución de probabilidad, su gráfico se muestra en la figura 41.

Tabla 16. Función de distribución, zona II

$x$	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7
$F(x)$	0	0,1519	0,2809	0,3904	0,4834	0,5623	0,6293	0,6862
$x$	4,8	4,9	5,0	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5
$F(x)$	0,7346	0,7756	0,8104	0,8400	0,8651	0,8864	0,9045	0,9199
$x$	5,6	5,7	5,8	5,9	6,0	6,2	6,3	6,4
$F(x)$	0,9329	0,9440	0,9534	0,9614	0,9682	0,9788	0,9830	0,9865
$x$	6,5	6,7	6,9	7,1				
$F(x)$	0,9895	0,9942	0,9976	0,9999				

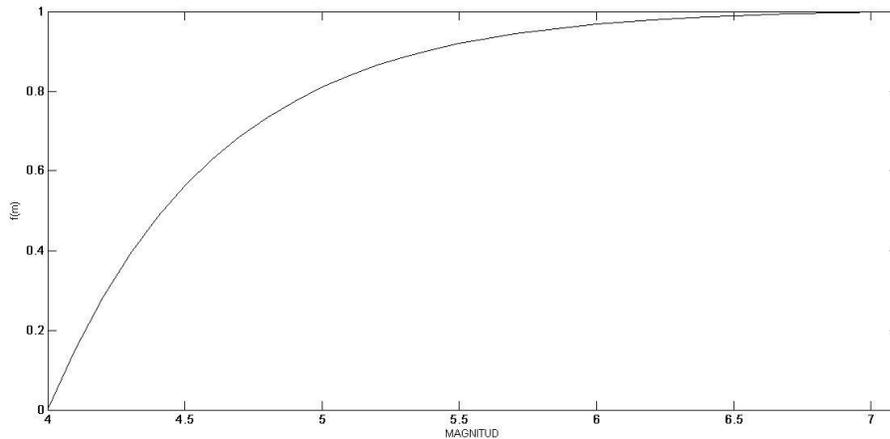


Figura 42. Función de distribución de probabilidad, zona sísmogénica II

Es una función definida positiva, creciente y diferenciable. Su dominio está en el intervalo  $[4 \quad 7,5]$  y su codominio en el intervalo  $[0 \quad 1]$  lo cual

muestra que es una función de probabilidad. Presenta la forma habitual de una distribución de Pareto. Su índice de cola es  $\xi = -1$ .

La curva inicia en la ordenada 0 y crece rápidamente en el extremo izquierdo del dominio, lo cual es una evidencia de la probabilidad de ocurrencia de los sismos con magnitudes más bajas. No se observó un punto de inflexión en la curva, aunque se apreció un cambio en su crecimiento en torno a la magnitud 4,7, luego del cual este se suaviza. En el lado derecho, inicia su aproximación a 1 muy lentamente cerca de  $m = 5,4$ . La curva alcanza la mitad de su codominio entre las magnitudes 4,4 y 4,6.

### Zona sismogénica III

La tabla 17 muestra los valores hallados para construir la función de densidad, su gráfico se muestra en la figura 42.

Tabla 17. Función de densidad, zona III

$x$	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,8
$f(x)$	0,9805	0,8922	0,8117	0,7386	0,6720	0,6114	0,4606

$x$	5,0	5,2	6,3	7,5
$f(x)$	0,3813	0,3156	0,1117	0,0359

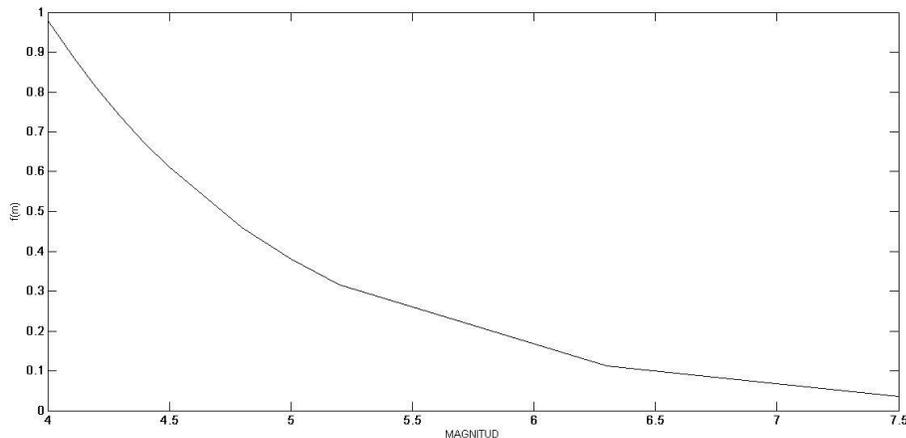


Figura 43. Función de densidad, zona sismogénica III

Es una curva definida positiva, decreciente e integrable. El área bajo la curva es mayor en el extremo izquierdo del dominio, el cual corresponde a los sismos de magnitudes más bajas. Se observaron puntos de inflexión en las proximidades de  $m = 5$  y  $m = 6,3$ . En el lado derecho, la curva se aproxima a cero de forma poco pesada.

La tabla 18 muestra los valores hallados para determinar la función de distribución de probabilidad para esta zona sismogénica, su trazo se muestra en la figura 43.

Tabla 18. Función de distribución, zona III

$x$	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,8
$F(x)$	0	0,0736	0,1787	0,2562	0,3266	0,3908	0,5505

$x$	5,0	5,2	6,3	7,5
$F(x)$	0,6344	0,7039	0,9198	0,9999

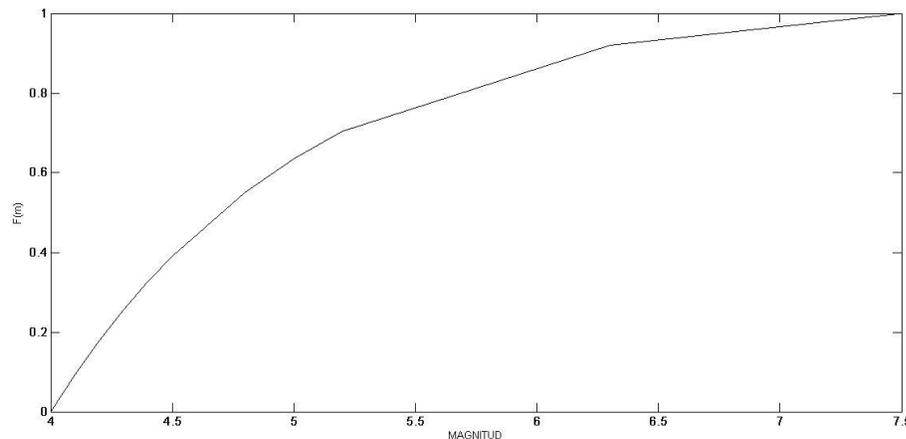


Figura 44. Función de distribución de probabilidad, zona sismogénica III

Es una función definida positiva, creciente y diferenciable. Su dominio

está en el intervalo  $[4, 7,5]$  y su codominio en el intervalo  $[0, 1]$  lo cual refleja que es una función de probabilidad. Presenta la forma de una distribución de Pareto. Su índice de cola es  $\xi = -0,1155$ .

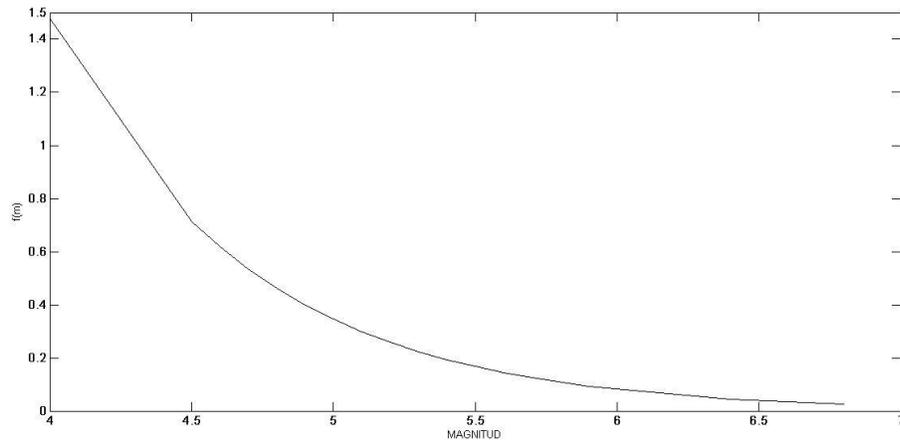
La curva crece rápidamente en el extremo izquierdo del dominio, lo cual muestra la probabilidad de ocurrencia de sismos con magnitudes entre 4 y 5. Se observaron puntos de inflexión en las cercanías de  $m = 5$  y  $m = 6,2$ ; en ellos la curva cambia su tendencia de crecimiento. En el lado derecho, se aproxima a uno muy lentamente en torno a la magnitud 6,2. La curva alcanza la mitad de su codominio entre las magnitudes 4,6 y 4,8.

### Zona sismogénica IV

La tabla 19 muestra los valores hallados para definir la función de densidad, su gráfico se muestra en la figura 44.

Tabla 19. Función de densidad, zona IV

$x$	4,0	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5,0
$f(x)$	1,4795	0,7150	0,6182	0,5346	0,4622	0,3997	0,3456
$x$	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7
$f(x)$	0,2988	0,2583	0,2234	0,1731	0,1670	0,1444	0,1249
$x$	5,9	6,4	6,8				
$f(x)$	0,0933	0,0451	0,0252				



**Figura 45.** Función de densidad, zona sismogénica IV

Es una curva definida positiva, decreciente e integrable. El área bajo la curva es mayor en el extremo izquierdo del dominio, el cual corresponde a los sismos de magnitudes más bajas. Se observó un punto de inflexión en torno a  $m = 4,5$ . En el lado derecho, la curva se aproxima a cero de forma pesada a partir de los sismos de magnitud 6,5.

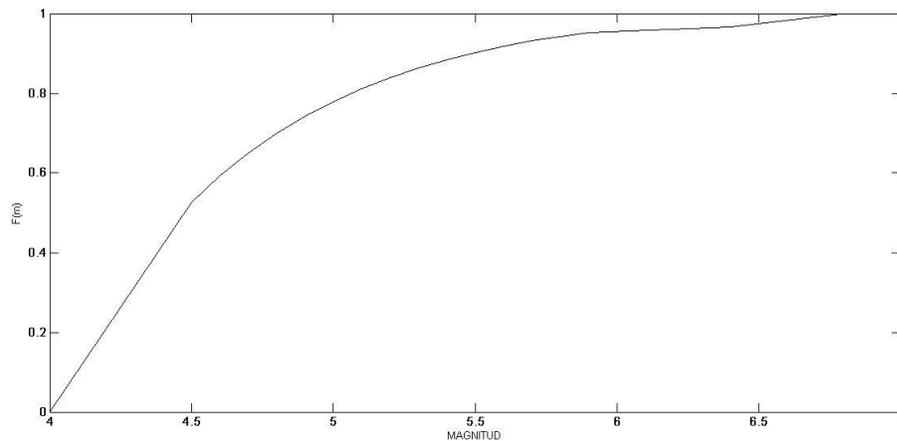
La tabla 20 muestra los valores hallados para determinar la función de distribución de probabilidad, su gráfico se muestra en la figura 45.

*Tabla 20.* Función de distribución, zona IV

$x$	4,0	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5,0
$F(x)$	0	0,5257	0,5922	0,6498	0,6995	0,7425	0,7797

$x$	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7
$F(x)$	0,8119	0,8397	0,8637	0,8845	0,9025	0,9180	0,9315

$x$	5,9	6,4	6,8
$F(x)$	0,9532	0,9683	0,9999



**Figura 46.** Función de distribución de probabilidad, zona sismogénica IV

Es una función definida positiva, creciente y diferenciable. Su dominio está en el intervalo  $[4, 6,7]$  y su codominio está en el intervalo  $[0, 1]$  lo cual refleja que es una función de probabilidad. Presenta la forma característica de una distribución de Pareto. Su índice de cola es  $\xi = -0,8073$ .

La curva crece rápidamente en el extremo izquierdo del dominio, lo cual corresponde a la probabilidad de ocurrencia de los sismos con magnitudes más bajas. Se observaron puntos de inflexión en torno a  $m = 4,5$  y  $m = 6$ . En el lado derecho, se aproxima a uno muy lentamente en torno a la magnitud 6,5. La curva alcanza la mitad de su codominio entre las magnitudes 4,3 y 4,5.

### Zona sismogénica V

La tabla 21 contiene los valores hallados para determinar la función de densidad, su gráfica se muestra en la figura 46.

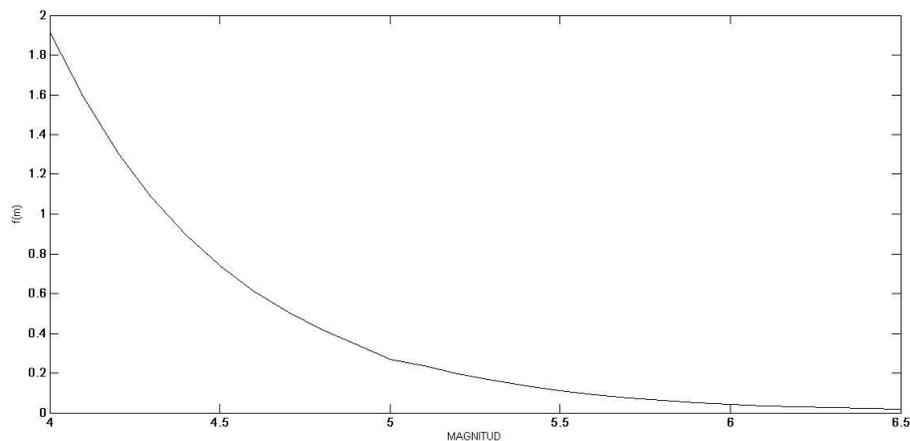
Tabla 21. Función de densidad, zona V

$x$	4.0	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7
$f(x)$	1,9162	1,5847	1,3105	1,0838	0,8963	0,7412	0,6130	0,5069

$x$	4.8	4.9	5.0	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5
$f(x)$	0,4192	0,3467	0,2667	0,2371	0,1961	0,1622	0,1341	0,1109

$x$	5.6	5.7	5.8	5.9	6	6.1	6.3	6.5
$f(x)$	0,0917	0,0759	0,0627	0,0519	0,0429	0,0355	0,0243	0,0166



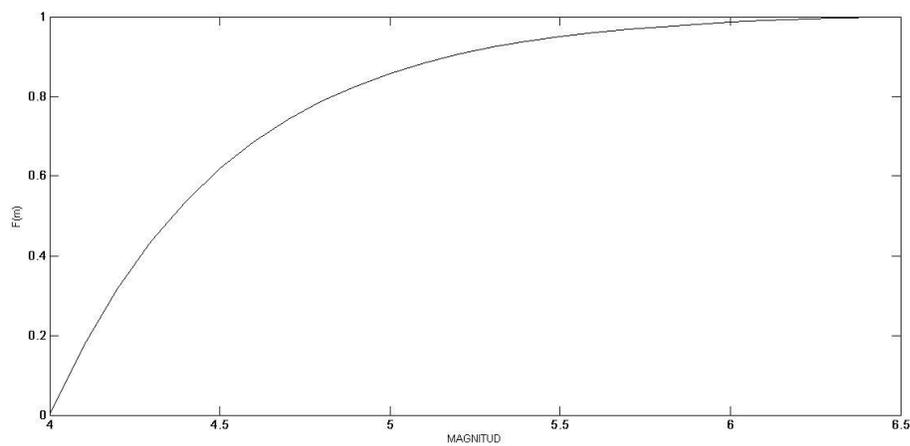
**Figura 47.** Función de densidad, zona sismogénica V

Es una curva definida positiva, decreciente e integrable. El área bajo la curva es mayor en el extremo izquierdo del dominio, el cual corresponde a los sismos de magnitudes más bajas. No se observó un punto de inflexión, pero se notaron cambios en el patrón de decrecimiento de la curva. En el lado derecho, la curva se aproxima a cero de forma pesada a partir de los sismos de magnitud 5,8.

La tabla 22 muestra los valores hallados para construir la función de distribución de probabilidad, su gráfico se muestra en la figura 47.

Tabla 22. Función de distribución, zona V

$x$	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7
$F(x)$	0	0,1745	0,3188	0,4382	0,5369	0,6185	0,6860	0,7419
$x$	4,8	4,9	5,0	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5
$F(x)$	0,7880	0,8262	0,8578	0,8839	0,9055	0,9234	0,9381	0,9504
$x$	5,6	5,7	5,8	5,9	6,0	6,1	6,3	6,5
$F(x)$	0,9605	0,9688	0,9757	0,9814	0,9862	0,9901	0,9960	0,9999



**Figura 48.** Función de distribución de probabilidad, zona sísmogénica V

Es una función definida positiva, creciente y diferenciable. Su dominio está en el intervalo  $[4 \quad 6,5]$  y su codominio está en el intervalo  $[0 \quad 1]$  lo cual refleja que es una función de probabilidad. Presenta la forma habitual de una distribución de Pareto. Su índice de cola es  $\xi = -0,5850$ .

La curva crece rápidamente en el extremo izquierdo del dominio, lo cual es evidencia de la probabilidad de ocurrencia de los sismos con magnitudes más bajas. La curva no tiene un punto de inflexión, aunque se evidenciaron cambios en la tendencia de crecimiento de la curva. En el lado

derecho, se aproxima a uno muy lentamente en torno a la magnitud 6. La curva alcanza la mitad de su codominio entre las magnitudes 4,4 y 4,6.

### Zona sismogénica VI

La tabla 23 muestra los valores obtenidos para determinar la función de densidad, su trazo se muestra en la figura 48.

Tabla 23. Función de densidad, zona VI

$x$	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
$f(x)$	1,7235	1,4531	1,2252	1,0330	0,8710	0,7343	0,6191

$x$	4,7	4,8	4,9	5,0	5,1	5,2	5,3
$f(x)$	0,5220	0,4401	0,3711	0,3129	0,2638	0,2224	0,1875

$x$	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6,0
$f(x)$	0,1581	0,1333	0,1124	0,0948	0,0799	0,0674	0,0568

$x$	6,1	6,2	6,5	6,7
$f(x)$	0,0479	0,0404	0,0242	0,0172

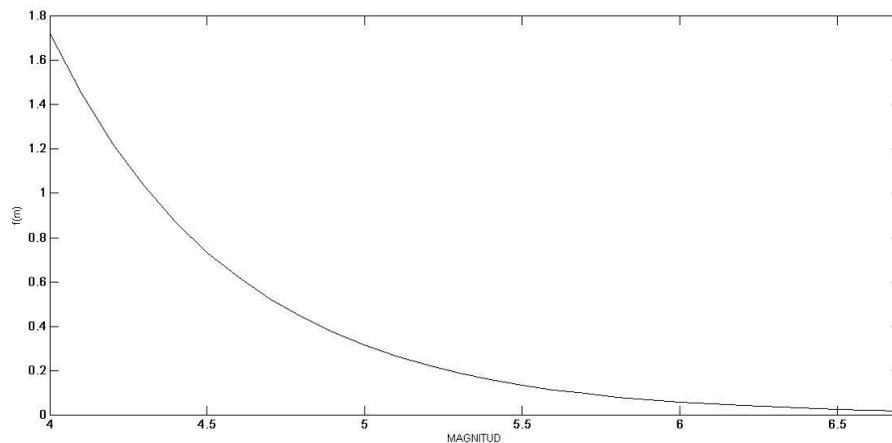


Figura 49. Función de densidad, zona sismogénica VI

Es una curva definida positiva, decreciente e integrable. El área bajo la curva a la izquierda del dominio, se corresponde con los sismos de magnitudes más bajas. No se notó un punto de inflexión, aunque se observó un cambio en el decrecimiento de la curva. En el lado derecho, la curva se aproxima a cero de forma pesada a partir de los sismos de magnitud 6.

En la tabla 24 se muestran los valores obtenidos para definir la función de distribución de probabilidad, su gráfico se muestra en la Figura 49.

Tabla 24. Función de distribución, zona VI

$x$	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
$F(x)$	0	0,1584	0,2920	0,4047	0,4996	0,5797	0,6472
$x$	4,7	4,8	4,9	5,0	5,1	5,2	5,3
$F(x)$	0,7041	0,7521	0,7926	0,8267	0,8555	0,8797	0,9002
$x$	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6,0
$F(x)$	0,9174	0,9320	0,9442	0,9545	0,9633	0,9706	0,9768
$x$	6,1	6,2	6,5	6,7			
$F(x)$	0,9820	0,9864	0,9959	0,9999			

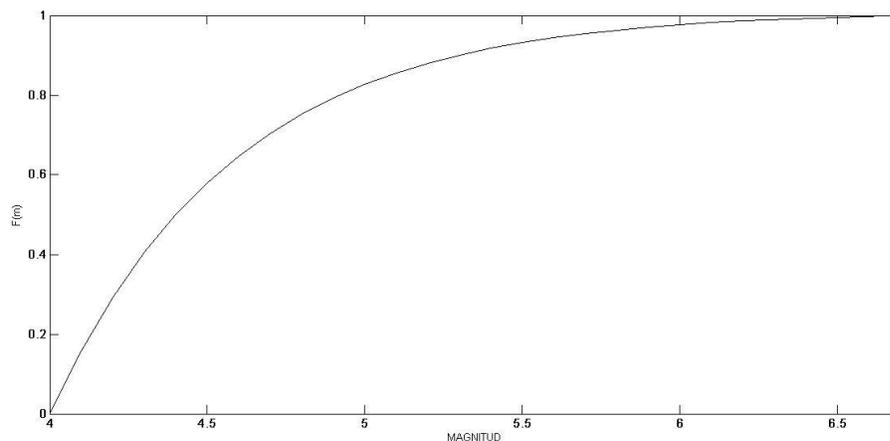


Figura 50. Función de distribución de probabilidad, zona sismogénica VI

Es una función definida positiva, creciente y diferenciable. Su dominio está en el intervalo  $[4, 6,7]$  y su codominio está en el intervalo  $[0, 1]$  lo cual refleja que es una función de probabilidad. Presenta la forma de una distribución de Pareto. Su índice de cola es  $\xi = -1$ .

La curva crece rápidamente en el extremo izquierdo del dominio, lo cual muestra el predominio de ocurrencia de sismos de magnitud cercana a 4. No se observaron puntos de inflexión, pero si cambios en la tendencia de crecimiento de la curva. En el lado derecho, se aproxima a uno muy lentamente en torno a la magnitud 6,2. La curva alcanza la mitad de su codominio entre las magnitudes 4,4 y 4,6.

### Zona sismogénica VII

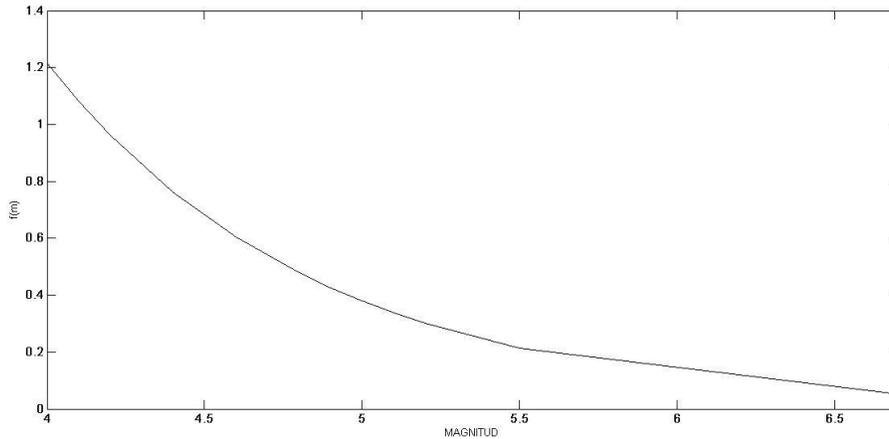
La tabla 25 muestra los valores hallados para construir la función de densidad, su gráfico se muestra en la figura 50.

Tabla 25. Función de densidad, zona VII

$x$	4,0	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	4,9
$f(x)$	1,2157	1,0822	0,9634	0,7634	0,6050	0,4794	0,4268

$x$	5,0	5,1	5,2	5,5	6,7
$f(x)$	0,3799	0,3382	0,3011	0,2124	0,0526

|



**Figura 51.** Función de densidad, zona sismogénica VII

Es una curva definida positiva, decreciente e integrable. El área bajo la curva es mayor en el extremo izquierdo del dominio, el cual corresponde a los sismos de magnitudes más bajas. No se observa un punto de inflexión. En el lado derecho, la curva se aproxima a cero de forma poco pesada.

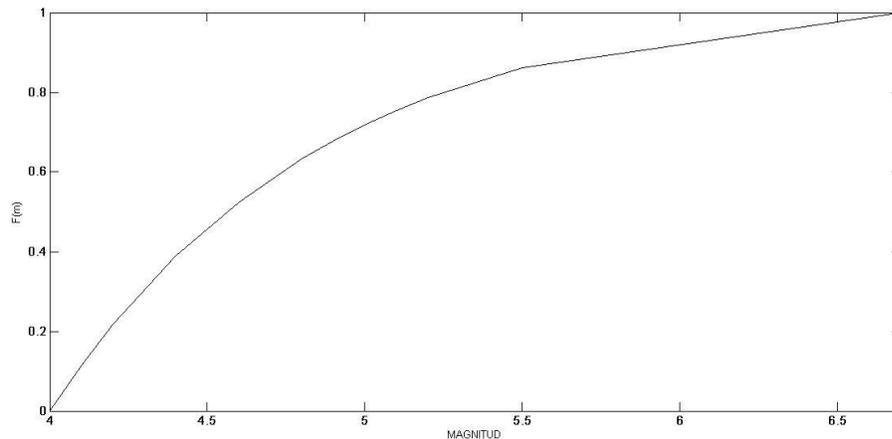
La tabla 26 muestra los valores hallados para determinar la función de distribución de probabilidad para esta zona sismogénica, su trazo se muestra en la figura 51.

*Tabla 26.* Función de distribución, zona VII

$x$	4,0	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	4,9
$F(x)$	0	0,1148	0,2169	0,3888	0,5251	0,6330	0,6783

$x$	5,0	5,1	5,2	5,5	6,7
$F(x)$	0,7186	0,7544	0,7864	0,8626	0,9999



**Figura 52.** Función de distribución de probabilidad, zona sismogénica VII

Es una función definida positiva, creciente y diferenciable. Su dominio está en el intervalo  $[4 \quad 6,7]$  y su codominio está en el intervalo  $[0 \quad 1]$  lo cual refleja que es una función de probabilidad. Presenta la forma habitual de una distribución de Pareto. Su índice de cola es  $\xi = 1,5849$ .

La curva creció rápidamente en el extremo izquierdo del dominio. Se observó un punto de inflexión en torno a  $m = 5,5$ . En el lado derecho, se aproximó a uno de manera poco pesada. La curva alcanzó la mitad de su codominio entre las magnitudes 4,4 y 4,6.

### **Análisis de los resultados**

En consonancia con lo analizado en el capítulo I, la función de distribución de probabilidad obtenida para cada zona, tiene la forma de una distribución de Pareto.

Todas las funciones de densidad son similares con ligeras variaciones, lo mismo sucede con las funciones de distribución de probabilidad. En el caso de las funciones de densidad las diferencias en cada zona se observaron en el patrón de decrecimiento y los cambios detectados en ese

patrón, para el caso de las funciones de distribución de probabilidad también las diferencias observadas estuvieron en la tendencia de crecimiento y los cambios apreciados en esa tendencia.

En el lado derecho, cada una de las funciones de densidad obtenidas se aproximaron a cero de manera similar una más rápidamente que otras, notándose una cola más pesada en las figuras 40 correspondiente a la zona II y la 46 correspondiente a la zona V. La caída menos pronunciada se observa en la figura 50, que pertenece a la zona VII. Las funciones de distribución de probabilidad construidas se aproximan a 1 también de manera similar, siendo las colas más pesadas las de la figura 39 que atañe a la zona I y la 47 que corresponde a la zona V.

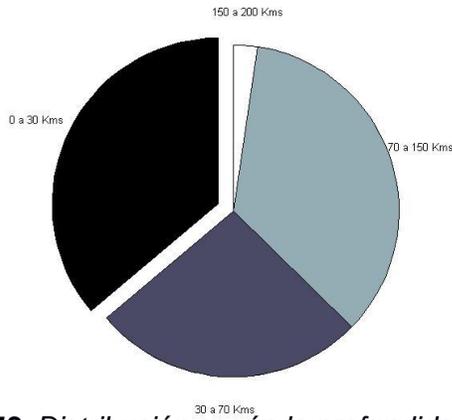
## **GRÁFICAS COMPARATIVAS**

Tal y como se interpreta con los valores obtenidos para el parámetro de sismicidad  $b$  de la relación de Gutenberg-Ritcher (2.1), los cuales pueden visualizarse en la tabla 3, el número de sismos de menor magnitud es significativamente mayor a los de magnitud más elevada. Este hecho se confirma a través de los siguientes gráficos, que contienen la totalidad de los sismos que han afectado a la ciudad, discriminados siguiendo los criterios de profundidad focal, rango de magnitudes, distribución por zonas sismogénicas y fecha de ocurrencia.

### **Profundidad focal**

Del total de 847 sismos, 306 corresponden a sismos superficiales, ubicados en un rango de 0 a 30 Kms; 225 corresponden a sismos de profundidad intermedia, situados entre 30 a 70 Kms; 296 pertenecen a la sismicidad profunda, ubicadas en un rango de 70 a 150 Kms y 20 pertenecen también a la sismicidad profunda, entre 150 a 200 Kms.

En la figura 52 puede apreciarse la distribución señalada.



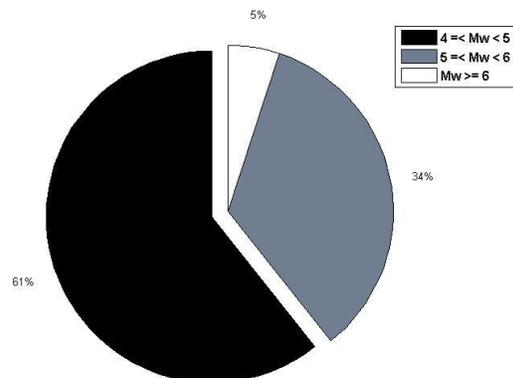
**Figura 53.** Distribución según la profundidad focal

Se observó que la mayor cantidad de sismos corresponden a los que poseen hipocentros entre 0 y 30 Kms de profundidad en un porcentaje ligeramente mayor que los que tienen hipocentros entre 70 y 150 Kms, la menor cantidad de sismos pertenece a los que poseen hipocentros entre 150 y 200 Kms de profundidad.

### Rango de magnitudes

De los 847 sismos, 514 están ubicados entre las magnitudes 4,0 y 4,9; 290 entre las magnitudes 5,0 y 5,9; 43 tienen magnitudes superiores a 6,0.

La distribución se muestra en la figura 53.



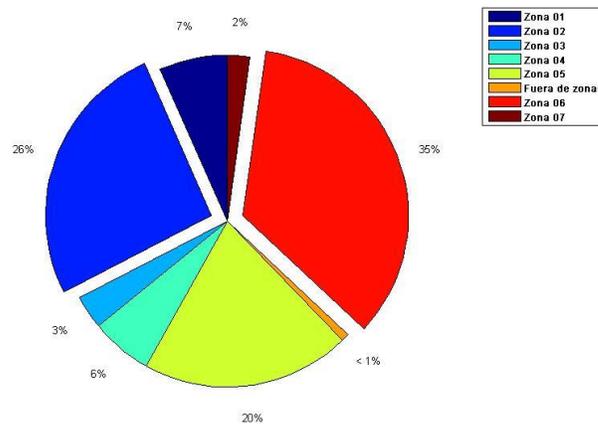
**Figura 54.** Distribución según rango de magnitudes

Se notó que un alto porcentaje de los sismos tratados en esta investigación, pertenecen al rango de magnitudes más bajos, siendo incluso más elevado el número de sismos de magnitudes entre 4 y 4.9 comparado con el rango entre 5 y 5.9, lo cual confirma los valores obtenidos para el parámetro b en cada una de las zonas sismogénicas.

### Zonas sismogénicas

De los sismos referidos, 56 están ubicados en la zona I, 220 en la zona II, 28 en la zona III, 51 en la zona IV, 172 en la zona V, 294 en la zona VI y 19 en la zona VII. Es de notar que, del total de sismos, 7 sismos no fueron ubicados en zona alguna.

En la figura 54, puede apreciarse la distribución por zonas sismogénicas.



**Figura 55.** Distribución según la zona sismogénica

Se notó que las zonas que contienen mayor número de sismos son las zonas II y VI, abarcando un alto porcentaje del total. Las zonas con menor densidad sísmica son las VII y la III.

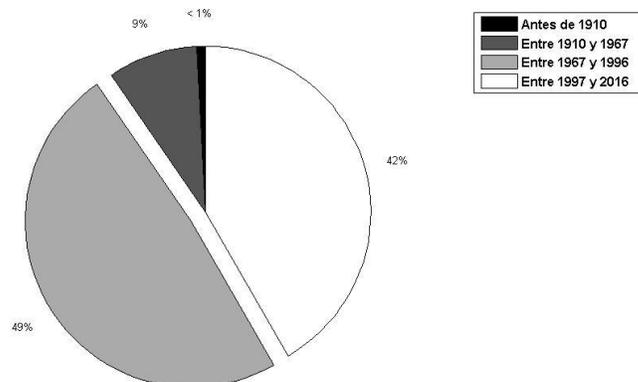
## Períodos de obtención de datos

Los datos presentes en el catálogo pertenecen a distintas épocas, para esta investigación se tomó la clasificación reseñada por Rivera, 2017, imágenes 67 donde divide la época de recolección de los datos siguiendo el siguiente criterio.

- Antes de 1910, se tienen datos históricos descriptivos.
- Entre 1910 y 1966, los datos instrumentales son aproximados.
- Entre 1967 y 1996, se tienen datos instrumentales mejorados.
- Entre 1997 y 2016, se tienen datos instrumentales más precisos.

De los sismos tratados 7 ocurrieron antes de 1910, 74 entre 1910 y 1966, 413 entre 1967 y 1996, 353 entre 1997 y 2016.

La distribución de los sismos se muestra en la figura 55.



**Figura 56.** Distribución según periodo cronológico

Se notó que casi la mitad de los sismos se registraron en el periodo que abarca desde 1967 a 1996, mientras que el periodo que va de 1996 a 2016 es ligeramente menor posiblemente porque abarca un rango menor de años de observación. Los sismos ocurridos antes de 1910 representan menos del 1 % de las observaciones realizadas.

## PERÍODOS DE RETORNO

Utilizando la ecuación (2.16) se calculan los períodos de retorno de los sismos entre las magnitudes  $M_{mín}$  y  $M_{máx}$  para generar una gráfica de la magnitud de los sismos (M) vs el periodo de retorno (T) para cada zona sismogénica definida.

La tabla 27 muestra los períodos de retorno para la zona I, su gráfica puede visualizarse en la figura 56.

Tabla 27. Períodos de retorno, zona I

<b>x</b>	4,0	4,1	4,2	4,3	4,5	4,6	4,7
<b>T</b>	14,74	16,66	18,82	21,26	27,14	30,66	34,64
<b>x</b>	4,8	5,0	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5
<b>T</b>	39,13	49,95	56,44	63,76	72,04	81,39	91,95
<b>x</b>	5,9	6,1	6,2	6,3	6,5	7,7	
<b>T</b>	149,81	191,22	216,03	244,07	311,54	1347,44	

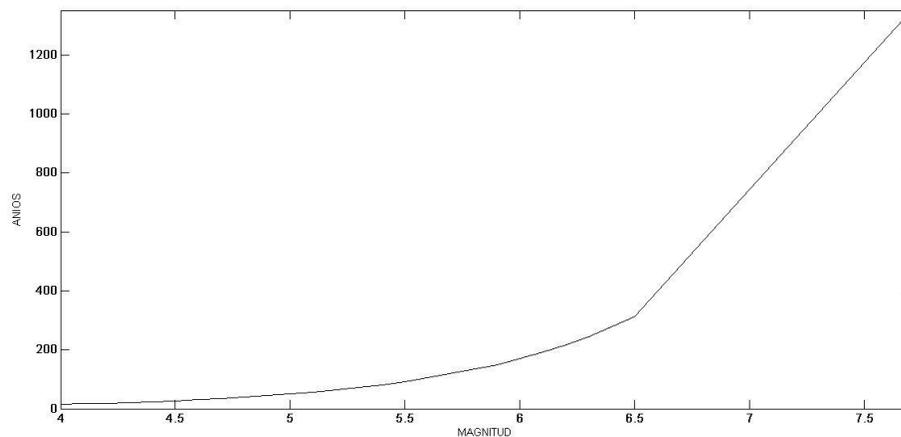


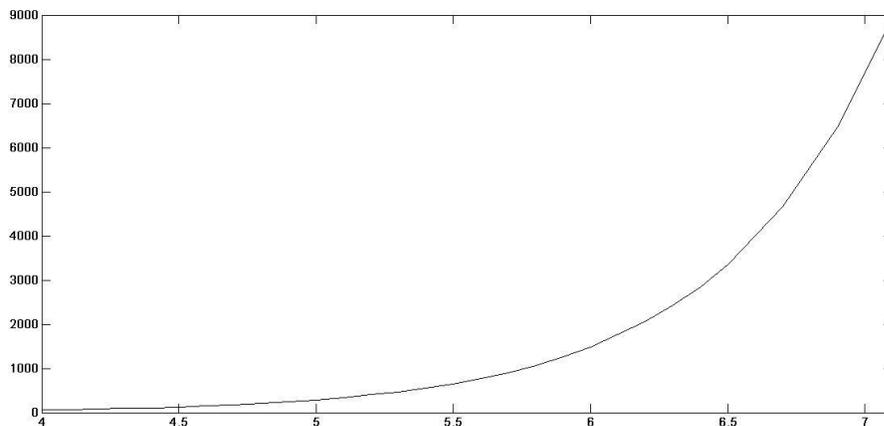
Figura 57. Períodos de retorno, zona sismogénica I

El periodo de retorno aumenta a medida que se incrementa la magnitud de los sismos. El intervalo de crecimiento más acelerado ocurre a partir de la magnitud 5.2.

La tabla 28 exhibe los períodos de retorno para la zona II, su gráfica está plasmada en la figura 57.

*Tabla 28. Períodos de retorno, zona II*

<b><i>x</i></b>	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
<b><i>T</i></b>	56,15	66,13	77,89	91,74	108,05	127,26	149,89
<b><i>x</i></b>	4,7	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3
<b><i>T</i></b>	176,54	207,93	244,89	288,44	339,72	400,12	471,26
<b><i>x</i></b>	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6,0
<b><i>T</i></b>	555,05	653,73	769,96	906,86	1068,10	1258,00	1481,67
<b><i>x</i></b>	6,2	6,3	6,4	6,5	6,7	6,9	7,1
<b><i>T</i></b>	2055,37	2420,81	2851,22	3358,15	4658,44	6462,20	8964,38



**Figura 58.** Períodos de retorno, zona sísmogénica II

El periodo de retorno se amplía a medida que aumenta la magnitud de los sismos. El intervalo de crecimiento más lento termina alrededor de la magnitud 5, luego el crecimiento es más acelerado.

La tabla 29 contiene los períodos de retorno para la zona III, su gráfica se muestra en la figura 58.

Tabla 29. Períodos de retorno, zona III

<b><i>x</i></b>	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,8
<b><i>T</i></b>	6,53	7,17	7,88	8,67	9,52	10,47	13,90

<b><i>x</i></b>	5,0	5,2	6,3	7,5
<b><i>T</i></b>	16,78	20,28	57,30	178,00

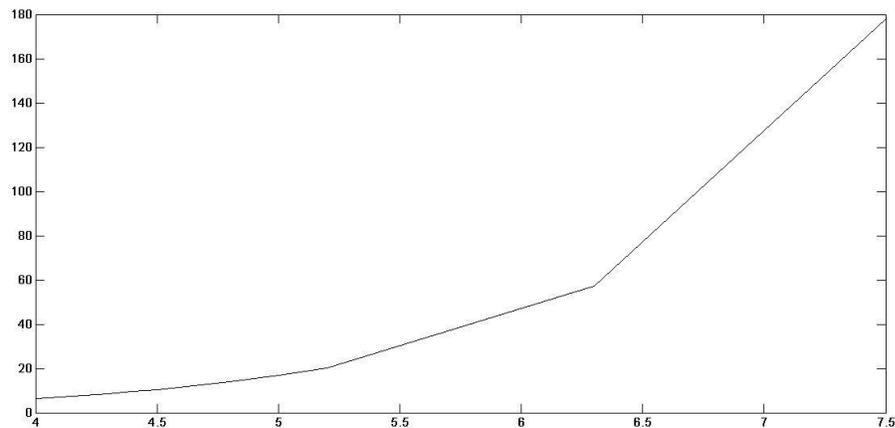


Figura 59. Períodos de retorno, zona sismogénica III

El periodo de retorno aumenta a medida que crece la magnitud de los sismos. El intervalo de crecimiento más acelerado ocurre a partir de la magnitud 5. En esta zona ocurre el máximo sismo observado (7,1).

La tabla 30 muestra los períodos de retorno para la zona IV, su gráfica puede visualizarse en la figura 59.

Tabla 30. Períodos de retorno, zona IV

$x$	4,0	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5,0
$T$	32,30	66,84	77,30	89,41	103,40	119,59	138,31
$x$	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7
$T$	159,96	184,99	213,96	247,45	286,19	330,98	382,80

$x$	5,9	6,4	6,8
$T$	512,02	1059,47	1895,52

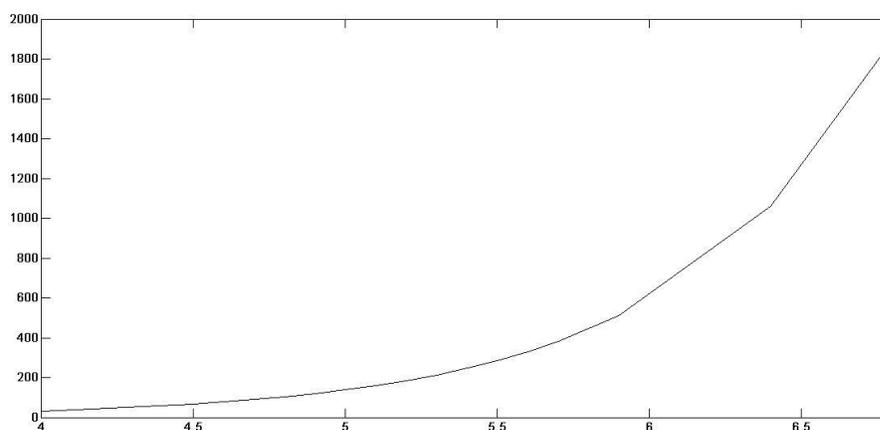


Figura 60. Períodos de retorno, zona sísmica IV

El periodo de retorno aumenta a medida que se incrementa la magnitud de los sismos. En esta zona el sector de más lento crecimiento se ubica entre 4 y 5.2.

La tabla 31 contiene los períodos de retorno para la zona V, su gráfica se muestra en la figura 60.

Tabla 31. Períodos de retorno, zona V

<b><i>x</i></b>	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
<b><i>T</i></b>	124,48	149,78	180,21	216,82	260,88	313,88	377,66
<b><i>x</i></b>	4,7	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3
<b><i>T</i></b>	454,39	546,71	657,79	791,44	952,24	1145,72	1378,50
<b><i>x</i></b>	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6,0
<b><i>T</i></b>	1658,58	1995,57	2401,03	2888,86	3475,82	4182,03	5031,73
<b><i>x</i></b>	6,1	6,3	6,5				
<b><i>T</i></b>	6054,06	8764,09	12687,24				

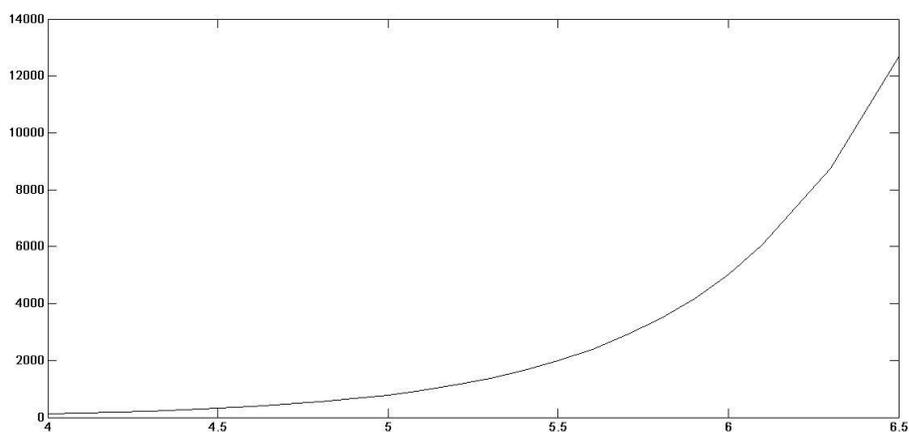


Figura 61. Períodos de retorno, zona sísmica V

El periodo de retorno se incrementa a medida que aumenta la magnitud de los sismos. En esta zona se observa que a partir de la magnitud 6.2, el periodo de retorno se incrementa muy rápido.

La tabla 32 contiene los períodos de retorno para la zona VI, su gráfica se muestra en la figura 61.

Tabla 32. Períodos de retorno, zona VI

<b><i>x</i></b>	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
<b><i>T</i></b>	71,03	84,24	99,92	118,51	140,55	166,70	197,71
<b><i>x</i></b>	4,7	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3
<b><i>T</i></b>	234,50	278,12	329,87	391,24	464,02	550,35	652,74
<b><i>x</i></b>	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6,0
<b><i>T</i></b>	774,17	918,20	1089,03	1291,63	1531,93	1816,93	2154,95
<b><i>x</i></b>	6,1	6,2	6,5	6,7			
<b><i>T</i></b>	2555,87	3031,36	5057,52	7114,39			

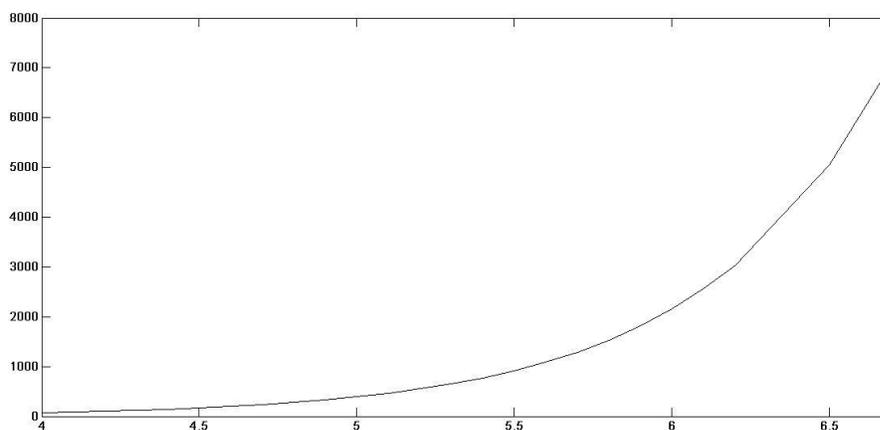


Figura 62. Períodos de retorno, zona sismogénica VI

El periodo de retorno crece a medida que se incrementa la magnitud de los sismos. En esta zona el sector de más lento crecimiento se ubica entre 4 y 5.2.

La tabla 33 muestra los períodos de retorno para la zona VII, su gráfica puede visualizarse en la figura 62.

Tabla 33. Períodos de retorno, zona VII

<b><i>x</i></b>	4,0	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	4,9
<b><i>T</i></b>	14,73	16,65	18,80	24,00	30,64	39,10	44,18

<b><i>x</i></b>	5,0	5,1	5,2	5,5	6,7
<b><i>T</i></b>	49,91	56,39	63,71	91,87	397,22

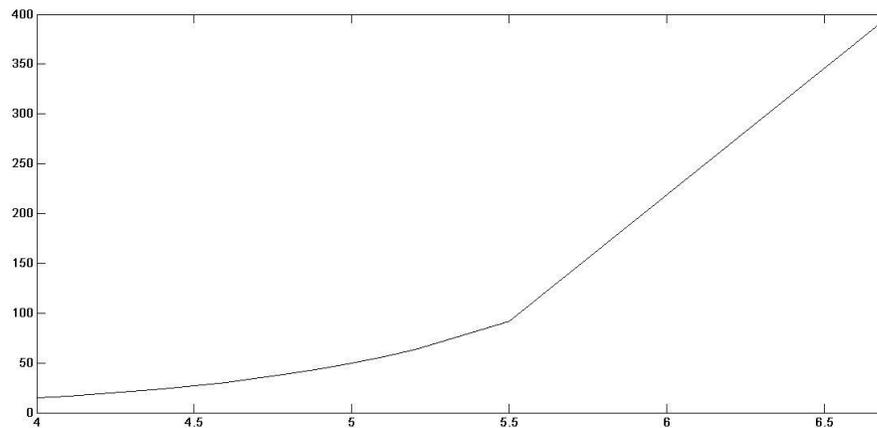


Figura 63. Períodos de retorno, zona sismogénica VII

El periodo de retorno aumenta a medida que crece la magnitud de los sismos. En esta zona los periodos de retornos son muy elevados, particularmente los ubicados entre las magnitudes 6.4 y 6.7.

## Análisis de los resultados

Tabla 34. Análisis de resultados, períodos de retorno.

Zona	4 – 4,9	5 – 5,9	6 – 6,9	7 – 7,7
I	14,7 – 39,1	49,9 – 149,7	191 – 311,2	1345,7
II	56,1 – 244,9	288,4 - 1258	1481,7 – 6462,2	8964,4
III	6,5 – 13,9	16,7 – 20,3	57,3	178
IV	32,3 – 119,6	138,3 - 512	1059,5 – 1895,5	
V	124,5 – 657,8	791,4 - 4182	5031 – 12687,2	
VI	71 – 329,9	391,2 – 1816,9	2154,6 – 7114,4	
VII	14,7 – 44,2	49,9 – 91,9	397,2	

Se notó que los períodos de retorno para los sismos de magnitud 4 oscilan entre 6,5 años que es el valor mínimo calculado para la zona 03 hasta 657,8 años el cual es el valor máximo calculado para la zona 05. En el caso de los máximos sismos detectados para cada zona sus valores oscilan entre 178 años calculados para la zona 03 y 12687,2 años que es el valor máximo registrado en la zona 05. Se observó también que el máximo sismo de 7,7 que afectó la población de Cumaná y que se ubica en la zona sismogénica 01 tiene un período de retorno de 1345,7 años.

## CONCLUSIONES

El rango de valores obtenidos para los parámetros de sismicidad  $a$  y  $b$ , corrobora el nivel de sismicidad de la región estudiada y el alto predominio de sismos de magnitud baja, lo cual confirma el cumplimiento de la relación Gutenberg – Richter.

La mayor densidad sísmica para los sismos con hipocentros ubicados en profundidad entre 0 – 30 y los de 30 -70 Kms se ubica en una franja entre los 10° y 11,8° de latitud que se corresponde con el trazo principal de la falla El Pilar. Para los sismos entre 70 – 150 y 150 – 200 Kms de profundidad la mayor densidad sísmica se corresponde a un área ubicada entre las mismas latitudes anteriores, pero circunscritas a un sector entre los -62° y los -61° de longitud que se corresponde con el área de subducción ubicada hacia el noreste de la ciudad. Aunque esta investigación se enfoca sobre la peligrosidad sísmica de la ciudad de Cumaná, se observó que las áreas que se señalan en este párrafo, abarcan las zonas más pobladas y urbanizadas del Estado Sucre.

El tiempo de retorno de los sismos que afectarían la ciudad tiene una variación muy amplia entre las diferentes zonas, la mayoría de ellas muestran valores muy altos para los sismos con magnitudes mayores a 6,5.

La distribución espacial de los sismos señala que la mayor contribución sísmica a la ciudad de Cumaná proviene del sistema de fallas El Pilar, mientras que la zona de subducción asociada al arco de las Antillas menores genera una influencia apreciable y caracterizada por un alto número de sismos de baja magnitud.

Teniendo en cuenta las afirmaciones anteriores, la ciudad de Cumaná, es una metrópoli con elevada amenaza sísmica porque existe influencia de la sismicidad mas contigua a la ciudad asociada al sistema de falla El Pilar, así como de los sismos que ocurren en la zona de Subducción asociada al arco de las Antillas Menores, acarreado daños reiteradamente en esta ciudad que cumple sus 504 años de historia.

## RECOMENDACIONES

Un estudio más detallado de las funciones de densidad y de distribución de probabilidad graficadas en esta investigación permitiría obtener los parámetros de localización  $\mu$  y de forma  $\sigma$ , así como algunos otros resultados estadísticos de interés.

Para efectos del cálculo de la peligrosidad sísmica que afecta a la ciudad se requiere de una investigación que refleje las relaciones de atenuación específicas para Cumaná.

Queda pendiente establecer una relación entre las curvas de peligrosidad obtenidas y la generación de fenómenos asociados a la sismicidad como los tsunamis, la licuefacción y los deslizamientos de laderas. Esto deja abierta la posibilidad de una línea de investigación que puede llevar a trabajos más generales añadiendo algunas condiciones especiales que inclusive pudieran conllevar a inferencias estadísticas en otros escenarios de las curvas de peligrosidad sísmica.

## BIBLIOGRAFÍA

- Altez, R., Audemard, F. (2008). El sismo de 1629 en Cumaná. Aportes para una nueva historia sísmica del oriente venezolano. *Boletín Técnico IMME*. 46(2), 53-71.
- Audemard, 2007. Revised seismic history of El Pilar Fault, Northeastern Venezuela, after Cariaco 1997 Earthquake and from recent preliminary paleoseismic results. *Journal of Seismology*, 11 (3): 311-326.
- Benito, B. y Jiménez, M. (1999). Peligrosidad Sísmica. *Física de la Tierra*, 11: 13-47.
- Cárdenas, C., Garzón, Y., Santa, L. y Castillo, L. (2010). Modelo de Poisson para la ocurrencia y magnitud espacio-temporal de los sismos en Colombia. *UD y la Geomática*. 4: 1–52.
- Coral, C. (1986). La Estadística y los terremotos. Descripción de modelos. *Revista Colombiana de Matemáticas*. 7(14), 1-14.
- Florín, R. (2017). Valores extremos. Teoría y aplicaciones. Facultad de Matemáticas. Universidad de Murcia. España.
- García, A. (2014). La teoría del valor extremo: una aplicación al sector asegurador.  
[http://www.mapfre.com/documentacion/publico/i18n/catalogo\\_imagenes/imagen\\_id.cmd?idImagen=1028719](http://www.mapfre.com/documentacion/publico/i18n/catalogo_imagenes/imagen_id.cmd?idImagen=1028719) Consulta Julio 2019.
- Gutenberg, B. y Richter, C. (1944). Frequency of earthquakes in California. *Bulletin of the Seismological Society of America*. BSSA, 34: 185-188.

Grases, J., Malaver, A.; Montes, A.; González, M.; Herrera, C.; Acosta, L.; Lugo, M.; Madriz, J.; Hernández, J.; Vargas, R. (2004). *Amenazas Naturales y Vulnerabilidad en Cumaná*. Boletín Técnico IMME. Vol. 42. N. 3.

Montezuma, D. (2011). Determinación de áreas de riesgo sísmico, estado Sucre, Venezuela. *Terra Nueva Etapa*. XXVIII (42), 13-45.

Navidi, W. (2006). *Estadística para Ingenieros*. Mc Graw Hill Interamericana. México.

Pérez, O. y Mendoza, J.(1998). Sismicidad y tectónica en Venezuela y áreas vecinas. *Física de la Tierra*, 10: 87-110.

Pía, S. (2013). Nuevo método propuesto para la estimación del peligro sísmico, en términos de la magnitud máxima, para las zonas de subducción. Trabajo de Grado. Departamento de Geofísica. Universidad de Concepción. Concepción.

Ramírez, M., Castañón, A. y Benito B. (2008). Sistema Expel. Sistema Experto del Análisis Probabilista de la Peligrosidad Sísmica. Consejo de Seguridad Nuclear. Madrid.

Rivera, Y. (2017). Evaluación del riesgo sísmico en Cumaná, estado Sucre. Tesis de Maestría. Departamento de Física. Universidad de Oriente. Cumaná.

Serra, I. (2013). Modelos estadísticos para valores extremos y aplicaciones. Departamento de Matemáticas. Universidad Autónoma de Barcelona. España.

Undro. (1980). Natural disasters and vulnerability analysis. *Report Expert Group Meeting*, Geneva. pp. 49.

Valladares, R. (2013). Determinación de parámetros sísmicos asociados con la amenaza sísmica en la región nororiental de Venezuela. Tesis de Pregrado. Departamento de Física. Universidad de Oriente. Cumaná.

Villanueva, A. (2016). Análisis de Valores Extremos. Modelización espacial. Facultad de Ciencias. Universidad de Granada. España.

## HOJA DE METADATOS

### Hoja de Metadatos para Tesis y Trabajos de Ascenso – 1/6

<b>Título</b>	<b>CURVAS DE PELIGROSIDAD ASOCIADAS AL RIESGO SÍSMICO EN CUMANÁ, ESTADO SUCRE</b>
---------------	---

Autor(es)

<b>Apellidos y Nombres</b>	<b>Código CVLAC / e-mail</b>	
<b>Velásquez Gutiérrez Andrés Antonio</b>	<b>CVLAC</b>	<b>6.889.494</b>
	<b>e-mail</b>	<b>anve6894@gmail.com</b>
	<b>e-mail</b>	

**Palabras Claves:** Sismos, recurrencia, análisis de regresión, curvas de peligrosidad, períodos de retorno.

## Hoja de Metadatos para Tesis y Trabajos de Ascenso – 2/6

### Líneas y sub líneas de investigación:

Área	Sub área
Probabilidad y Estadística	Curvas de peligrosidad sísmica

### Resumen (abstract):

Se presenta un trabajo de grado en una investigación original que trata sobre el cálculo de las estimaciones necesarias para la construcción de las curvas de peligrosidad sísmica para cada una de las fuentes sismogénicas que afectan a la ciudad de Cumaná. Para ello, se hace uso de la estadística de valores extremos, la cual estudia los parámetros presentes en series de datos que superan cierto umbral. Esta se aplica a los datos contenidos en un catálogo derivado de los registros instrumentales del Centro de Sismología de la Universidad de Oriente, de la Fundación Venezolana de Investigaciones Sísmicas y otras instituciones científicas, a los cuales se les ha realizado su homogeneización, el filtrado de réplicas y premonitores, así como la prueba de completitud y se le han añadido sismos derivados de investigaciones históricas que han afectado significativamente la ciudad. El conjunto de datos se ha dividido siguiendo el criterio de su profundidad focal en 4 categorías. Luego basándose en un criterio subjetivo que implica la densidad sísmica, la ocurrencia de sismos históricos y la profundidad de los sismos se han identificado 7 zonas que influyen la sismicidad de la ciudad de Cumaná. Haciendo uso de la ley de recurrencia de Gutenberg-Richter se han calculado los parámetros de sismicidad a través del método de mínimos cuadrados, con los cuales se construyen las curvas de peligrosidad sísmica. Finalmente, con los datos obtenidos se obtienen las funciones de densidad y de distribución de probabilidad para cada una de las zonas sismogénicas, así como los períodos de retorno sísmico.

## Hoja de Metadatos para Tesis y Trabajos de Ascenso – 3/6

**Contribuidores:**

Apellidos y Nombres	ROL / Código CVLAC / e-mail	
	<b>ROL</b>	CA <input type="checkbox"/> AS <input type="checkbox"/> TU <input checked="" type="checkbox"/> JU <input type="checkbox"/>
	<b>CVLA</b>	
	<b>C</b>	
	<b>e-mail</b>	
	<b>ROL</b>	CA <input type="checkbox"/> AS <input type="checkbox"/> TU <input type="checkbox"/> JU <input checked="" type="checkbox"/>
	<b>CVLA</b>	
	<b>C</b>	
	<b>e-mail</b>	
	<b>ROL</b>	CA <input type="checkbox"/> AS <input type="checkbox"/> TU <input type="checkbox"/> JU <input checked="" type="checkbox"/>
	<b>CVLA</b>	
	<b>C</b>	
	<b>e-mail</b>	

Fecha de discusión y aprobación:

**Año    Mes    Día**

13	12	2019
----	----	------

Lenguaje: SPA

**Hoja de Metadatos para Tesis y Trabajos de Ascenso – 4/6**

**Archivo(s):**

<b>Nombre de archivo</b>	<b>Tipo MIME</b>
TESISAndresVelasquez	Application/word

**Alcance:**

**Espacial:** Internacional

**Temporal:** Intemporal

**Título o Grado asociado con el trabajo:** Licenciado en Matemáticas

**Nivel Asociado con el Trabajo:** Licenciatura

**Área de Estudio:** Probabilidad y Estadística, Curvas de Peligrosidad Sísmica

**Institución(es) que garantiza(n) el Título o grado:** Universidad de Oriente

# Hoja de Metadatos para Tesis y Trabajos de Ascenso – 5/6



UNIVERSIDAD DE ORIENTE  
CONSEJO UNIVERSITARIO  
RECTORADO

CUN°0975

Cumaná, 04 AGO 2009

Ciudadano  
**Prof. JESÚS MARTÍNEZ YÉPEZ**  
Vicerrector Académico  
Universidad de Oriente  
Su Despacho

Estimado Profesor Martínez:

Cumplo en notificarle que el Consejo Universitario, en Reunión Ordinaria celebrada en Centro de Convenciones de Cantaura, los días 28 y 29 de julio de 2009, conoció el punto de agenda **"SOLICITUD DE AUTORIZACIÓN PARA PUBLICAR TODA LA PRODUCCIÓN INTELECTUAL DE LA UNIVERSIDAD DE ORIENTE EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA UDO, SEGÚN VRAC N° 696/2009"**.

Leído el oficio SIBI – 139/2009 de fecha 09-07-2009, suscrita por el Dr. Abul K. Bashirullah, Director de Bibliotecas, este Cuerpo Colegiado decidió, por unanimidad, autorizar la publicación de toda la producción intelectual de la Universidad de Oriente en el Repositorio en cuestión.

Comunicación que hago a usted a los fines consiguientes.

UNIVERSIDAD DE ORIENTE
SISTEMA DE BIBLIOTECA
RECIBIDO POR <i>Martínez</i>
FECHA <i>5/8/09</i> HORA <i>5:30</i>

Cordialmente,

*Juan A. Bolanos Cunele*  
JUAN A. BOLANOS CUNELE  
Secretario

C.C: Rectora, Vicerrectora Administrativa, Decanos de los Núcleos, Coordinador General de Administración, Director de Personal, Dirección de Finanzas, Dirección de Presupuesto, Contraloría Interna, Consultoría Jurídica, Director de Bibliotecas, Dirección de Publicaciones, Dirección de Computación, Coordinación de Teleinformática, Coordinación General de Postgrado.

JABC/YGC/maruja

Apartado Correos 094 / Telfs: 4008042 - 4008044 / 8008045 Telefax: 4008043 / Cumaná - Venezuela

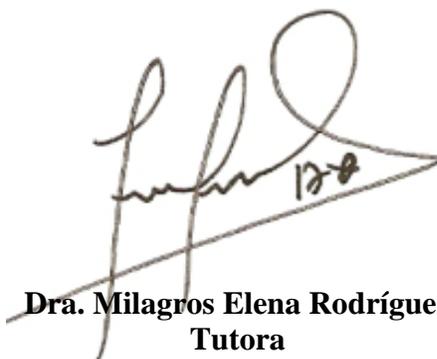
Hoja de Metadatos para Tesis y Trabajos de Ascenso – 6/6

**Artículo 41 del REGLAMENTO DE TRABAJO DE PREGRADO (vigente a partir del II Semestre 2009, según comunicación CU-034-2009):** “Los trabajos de grados son de la exclusiva propiedad de la Universidad de Oriente, y solo podrá ser utilizados para otros fines con el consentimiento del Concejo de Núcleo respectivo, quien deberá participarlo previamente al Concejo Universitario, para su autorización”.



**Andrés Antonio Velásquez Gutiérrez**

**Autor**



**Dra. Milagros Elena Rodríguez**  
**Tutora**

